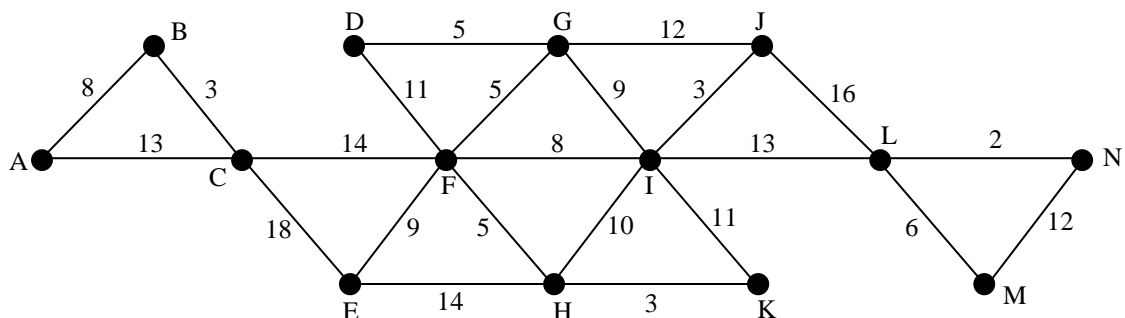


II parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Banda od 17 gusara je ukrala kovčeg sa zlatnicima. Kada su pokušali da podijele zlatnike u jednake grupe, 3 zlatnika su ostala viška. U sukobu koji je nastao oko toga kome će pripasti ta 3 zlatnika, jedan gusar je izgubio glavu. Kada su preostali gusari ponovo pokušali razdijeliti plijen u jednake skupine, preostalo je 10 zlatnika. Ponovo je izbio sukob i ponovo je jedan gusar platio glavom. U trećem pokušaju, raspodjela na jednake dijelove je urodila plodom. Odredite koliko je bilo zlatnika u kovčegu ukoliko se zna da njihov broj nije bio veći od 5000. (2 poena)
2. Odredite kako se odvija razmjena ključeva prema Diffie-Hellmanovom protokolu između dvije osobe A i B koje su se prethodno dogovorile da će koristiti generator $g = 3$ i modul $p = 37$, nakon čega su respektivno odabrale tajne brojeve $a = 32$ i $b = 13$. Obavezno utvrdite kako glasi razmijenjeni ključ. (2 poena)
3. Odredite koliko se različitih paketa koji sadrže četiri voćke može napraviti ukoliko su nam na raspolaganju 5 jabuka, 3 kruške, 2 banane, 2 breskve i 1 naranča (pri čemu se pretpostavlja da ne pravimo razliku između različitih primjeraka iste voćke). (2 poena)
4. U razredu od 25 učenika ustanovljeno je da 6 učenika igra i tenis i šah, 10 igra samo tenis, dok se 3 učenika ne bave nikakvim sportom. Nađite vjerovatnoće da slučajno odabran učenik
 - a) Igra i tenis i šah
 - b) Igra samo šah
 - c) Ne igra šah
 (1,5 poen)
5. Na avion se ispaljuju četiri protivavionske rakete, čije su vjerovatnoće pogađanja 40%, 50%, 70% i 80% respektivno. Ako avion pogodi jedna raketa, on pada sa vjerovatnoćom 20%, u slučaju pogotka sa dvije rakete pada sa vjerovatnoćom 50%, dok u slučaju da ga pogode tri ili više raketa, on pada sigurno. Nađite vjerovatnoću da će avion biti oboren, kao i vjerovatnoću da je pogoden samo jednom raketom ukoliko je poznato da je on oboren. (2 poena)

6. Dat je neusmjereni težinski graf kao na sljedećoj slici:



- a) Nađite najkraći put između čvorova A i N koristeći Dijkstrin algoritam. Postupak prikažite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili u postupku. (1,5 poena)
 - b) Nađite minimalno povezujuće stablo korištenjen poboljšanog Primovog algoritma, uzimajući čvor H kao početni čvor. Postupak prikažite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili u postupku. (1,5 poen)
 - c) Prikažite redoslijed obilazaka čvorova prema DFS i BFS pretrazi, ukoliko se u svakom koraku daje prioritet čvoru koji je obilježen slovom koje nailazi prije po abecedi. (1 poen)
 - d) Argumentirano pokažite da ovaj graf nije niti Eulerov niti Hamiltonov. (1 poen)
7. Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom $3y_n + 2y_{n-1} = x_{n-1}$. Nađite odziv ovog sistema na sljedeće pobude (rješenja treba izraziti u obliku koji ne sadrži kompleksne brojeve):
 - a) $x_n = \sin(n\pi/2)$ za $n \geq 0$ i $x_n = 0$ za $n < 0$. (2,5 poena)
 - b) $x_n = \sin(n\pi/2)$ za $n \in \mathbb{Z}$. (1 poen)
 8. Riješite diferentnu jednačinu $x_n + x_{n-1} = n2^n$ uz početni uvjet $x_0 = 0$. (2 poena)