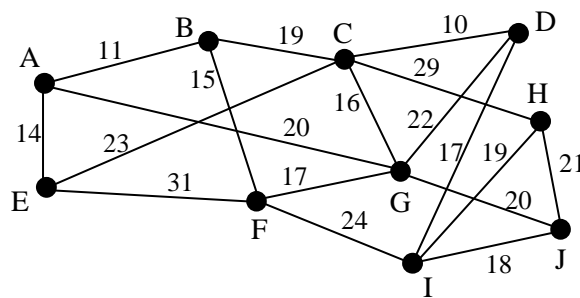


## II parcijalni ispit iz diskretne matematike

- Utvrđite sve načine na koje je moguće izvagati tijelo mase od 27 kg ukoliko su na raspolaganju samo utezi čija je masa 3 kg i 5 kg. Za rješavanje koristite Diofantove jednačine. (2 poena)
- U nekom RSA kriptografskom algoritmu kao ključ  $(a, m)$  koristi se par  $(83, 91)$ .
  - Odredite kako glasi šifrirana poruka ukoliko je izvorna poruka  $x = 49$ . (1 poen)
  - Odredite kako glasi funkcija za dešifriranje, te pokažite da njena primjena na šifriranu poruku dobijenu pod a) daje polaznu poruku. (1 poen)
- Odredite na koliko načina je moguće poredati 11 muškaraca i 5 žena u red, ali tako da nikoje dvije žene ne stoje jedna do druge. (2 poena)
- 6 profesora trebaju zakazati termine ispita u toku septembra. Svaki od profesora je potpuno nasumično izabrao neki datum u septembru, pri čemu niti jedan od profesora nije upoznat kada su zakazani preostali ispiti. Odredite vjerovatnoću da će neki ispiti preklopiti, tj. da će istog dana biti zakazano više od jednog ispita. (2 poena)
- Tenk se gađa sa 3 projektila, koji imaju vjerovatnoće pogađanja 25 %, 40 % i 60 %. Tenk će sigurno biti uništen ako ga pogode barem 2 projektila, a ukoliko ga pogodi jedan projektil, biće uništen u 45 % slučajeva. Odredite vjerovatnoću da će tenk biti uništen, kao i vjerovatnoću da je uništen tenk pogoden samo jednim projektilom. (2 poena)
- Dat je neusmjereni težinski graf kao na sljedećoj slici:



- Nađite najkraći put između čvora C i svih ostalih čvorova u grafu koristeći Bellman-Fordov algoritam. Postupak prikazite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili u postupku. (2 poena)
  - Nađite minimalno povezujuće stablo korištenjen poboljšanog Primovog algoritma, uzimajući čvor G kao početni čvor. Postupak prikazite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili u postupku. (2 poena)
  - Ispitajte da li je ovaj graf Eulerov i da li je Hamiltonov. (1 poen)
- Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom  $y_n - 4y_{n-2} = x_{n-2}$ . Nađite odziv ovog sistema na pobudu  $x_n = (-2)^n$  za  $n \geq 0$  i  $x_n = 0$  za  $n < 0$ . (2,5 poena)
  - Riješite autonomnu diferentnu jednačinu  $y_n - y_{n-3} = 0$  uz početne uvjete  $y_0 = 1$ ,  $y_1 = 2$  i  $y_2 = 0$ . Rješenje obavezno izrazite u obliku u kojem se ne javljaju kompleksni brojevi. (2,5 poena)