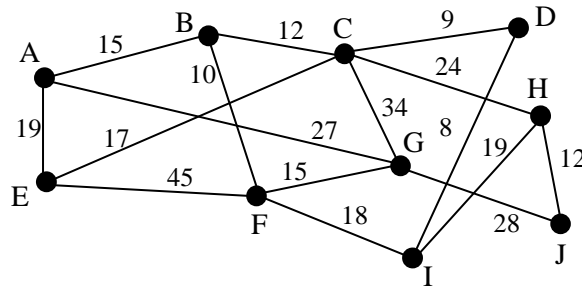


## II parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Pronađite sve moguće načine na koje je moguće platiti iznos od 31 KM koristeći samo kovanice od 2 KM i 5 KM. Za rješavanje koristite Diofantove jednačine. (2 poena)
2. Ispitajte da li je rješiva kongruencija  $x^2 \equiv 49 \pmod{120}$  i ukoliko jeste, odredite koliko ima tipičnih rješenja. (2 poena)
3. Odredite na koliko načina je moguće doći iz gornjeg lijevog ugla šahovske table u donji desni ugao ukoliko je dozvoljeno kretati se samo nadolje ili nadesno. (2 poena)
4. Kod dvije kockice vjerovatnoća pojave brojeva 2, 4 i 6 je jednaka, i vjerovatnoća pojave brojeva 1, 3 i 5 je također jednaka, ali vjerovatnoća da padne 1 je tri puta veća od vjerovatnoće da će pasti 2. Odredite kolika je vjerovatnoća da će suma pojave brojeva na obje kockice biti 6 ukoliko se zna da je na barem jednoj kockici pao broj 2. (2 poena)
5. Tri kandidata su izašla na ispit. Procjena je da su vjerovatnoće da ovi kandidati polože ispit redom 40%, 70% i 50%. Poslije ispita se ustanovilo da je od njih trojice samo jedan kandidat pao. Odredite vjerovatnoću da je to bio drugi kandidat. (2 poena)
6. Dat je neusmjereni težinski graf kao na sljedećoj slici:



- a) Nađite najkraći put između čvora A i čvora J koristeći Bellman-Fordov algoritam. Postupak prikazite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili u postupku. (2 poena)
  - b) Nađite minimalno povezujuće stablo korištenjen poboljšanog Primovog algoritma, uzimajući čvor G kao početni čvor. Postupak prikazite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili u postupku. (2 poena)
  - c) Argumentirano pokažite da ovaj graf nije planaran, ali da mu je dovoljno ukloniti samo jednu granu pa da postane planaran. (1 poen)
7. Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom  $y_n - 4y_{n-2} = x_{n-2}$ . Nađite odziv ovog sistema na pobudu  $x_n = (-2)^n$  za  $n \geq 0$  i  $x_n = 0$  za  $n < 0$ . (2,5 poena)
  8. Riješite autonomnu diferentnu jednačinu  $y_n - y_{n-3} = 0$  uz početne uvjete  $y_0 = 1$ ,  $y_1 = 2$  i  $y_2 = 0$ . Rješenje obavezno izrazite u obliku u kojem se ne javljaju kompleksni brojevi. (2,5 poena)