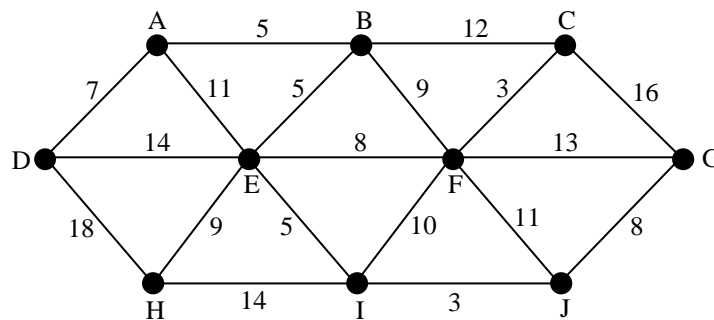


II parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Pronađite sve načine kako se memorija od 256 MB može realizirati ukoliko su na raspolaganju samo memorijski čipovi kapaciteta 10 MB i kapaciteta 16 MB (naravno, ovdje nas zanima samo broj upotrijebljenih čipova, a ne i način povezivanja). Problem iskažite u formi Diofantove jednačine. (2 poena)
2. Izračunajte $([3]_{87})^{1000000}$. (2 poena)
3. Odredite koliko postoji osmobarbitnih stringova (tj. nizova od 8 znakova pri čemu znakovi mogu biti samo 0 ili 1) koji sadrže barem dvije uzastopne nule. (2 poena)
4. Odredite vjerovatnoću da će među 6 karata izvučenih iz standardnog špila od 52 karte biti tačno tri asa i dva herca (oprez: neka karta može istovremeno biti i as i herc). (1,5 poen)
5. Na stolu su 4 jednake kutije. U prvoj se nalaze 2 crne i 3 bijele kuglice, u drugoj se nalaze 4 crne i jedna bijela kuglica, u trećoj se nalazi 5 bijelih kuglica i nijedna crna, dok se u četvrtoj nalaze 3 crne kuglice i nijedna bijela. Neko izabere proizvoljnu kutiju i uzme iz nje kuglicu.
 - a) Odredite vjerovatnoću da je izvučena kuglica bijela. (0,7 poena)
 - b) Ukoliko vidimo da je izvučena kuglica bijela, odredite vjerovatnoću da je ona izvučena iz treće kutije. (0,8 poena)

6. Dat je neusmjereni težinski graf kao na sljedećoj slici:



- a) Nađite najkraći put između čvorova A i J koristeći Dijkstrin algoritam. Postupak prikažite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili u postupku. (1,5 poena)
 - b) Nađite minimalno povezujuće stablo korištenjen poboljšanog Primovog algoritma, uzimajući čvor F kao početni čvor. Postupak prikažite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili u postupku. (1,5 poen)
 - c) Prikažite redoslijed obilazaka čvorova prema DFS i BFS pretrazi, ukoliko se u svakom koraku daje prioritet čvoru koji je obilježen slovom koje nailazi prije po abecedi. (1 poen)
 - d) Argumentirano pokažite da ovaj graf nije Eulerov, ali da jeste Hamiltonov. (0,8 poena)
 - e) Odredite hromatski broj ovog grafa (odgovor mora biti argumentiran). (0,7 poena)
7. Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom $2y_n + y_{n-1} = x_n + 2x_{n-1}$. Nađite odziv ovog sistema na sljedeće pobude (rješenja treba izraziti u obliku koji ne sadrži kompleksne brojeve):
 - a) $x_n = \sin(n\pi/2)$ za $n \geq 0$ i $x_n = 0$ za $n < 0$. (2,5 poena)
 - b) $x_n = \sin(n\pi/2)$ za $n \in \mathbb{Z}$. (1 poen)
 8. Riješite autonomnu diferentnu jednačinu $y_n - 6y_{n-1} + 9y_{n-2} = 0$ uz početne uvjete $y_0 = -2$, $y_1 = 1$. (2 poena)