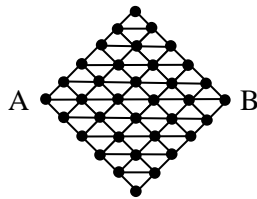
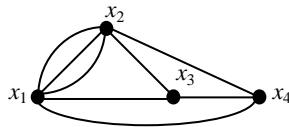


## II parcijalni ispit iz diskretne matematike

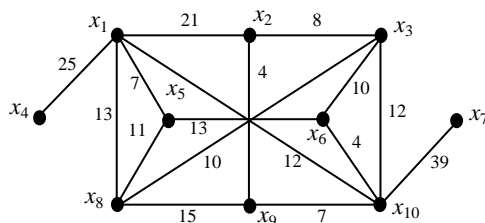
- Alen je zaboravio kako glasi trocifrena šifra koja mu otvara kofer. Međutim, sjeća se da šifra pomnožena sa 3 i podijeljena sa 17 daje ostatak 7, a pomnožena sa 5 i podijeljena sa 29 daje ostatak 10. Isto tako, sjeća se da prva cifra šifre nije niti 2 niti 5. Pomozite Alenu da se sjeti šifre za otvaranje kofera. (2 poena)
- Igrač igra nagradnu igru koja se sastoji u sljedećem. Igrač prvo iz bubnja izvlači 2 broja  $a$  i  $b$ , nakon čega dobija po  $b$  KM za svaki prirodan broj  $n$  u opsegu od 1 do  $a-1$  čiji kvadrat pri dijeljenju sa  $a$  daje ostatak  $b$  (ako takvih brojeva uopće ima). Koliku će nagradu dobiti igrač (ako će uopće dobiti) ukoliko je izvukao brojeve  $a = 120$  i  $b = 49$ ? (2 poena)
- Odredite na koliko se načina može doći od tačke A do tačke B kroz mrežu puteva na slici ukoliko je dozvoljeno samo kretanje nadesno (tj. u smjeru porasta x koordinate). (2 poena)



- Odredite kolika je vjerovatnoća da nasumice napisana šestoslovna riječ u kojoj se javljaju samo slova X i Y sadrži barem dva uzastopna slova X. (2 poena)
- Kroz komunikacioni kanal prenosi se string koji se sastoji samo od znakova X, Y i Z, pri čemu je 25% znakova X i 40% znakova Y. Komunikacija je podložna greškama, tako da u prosjeku pogrešno bude prenesen svaki 100-ti znak X, svaki 200-ti znak Y i svaki 50-ti znak Z. Odredite kolika je vjerovatnoća da neki nasumično izabrani znak u stringu bude pogrešno primljen. Također, ukoliko se zna da je neki znak pogrešno primljen, odredite kolika je vjerovatnoća da je znak koji je izvorno poslan bio znak Y. (2 poena)
- Odredite koliko povezujućih stabala (kostura) ima graf (multigraf) sa sljedeće slike. (2 poena)



- Za neusmjereni težinski graf na slici nađite minimalno povezujuće stablo pomoću Kruskalovog algoritma (uz bojenje čvorova) kao i najkraće puteve od čvora  $x_6$  do svih ostalih čvorova u grafu pomoću Dijkstrinog algoritma. U oba slučaja postupak provedite tako da budu vidljivi svi koraci primijenjenih algoritama. (3 poena)



- Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom  $y_n + y_{n-3} = x_{n-1}$ . Odredite odziv ovog sistema na na pobudu  $x_n = 2^n$  za  $n \geq 0$  i  $x_n = 0$  za  $n < 0$ . Rješenje treba izraziti u obliku u kojem se ne javljaju kompleksni brojevi. (3 poena)
- Riješite diferentnu jednačinu  $4y_n = 3(4y_{n-1} - 3y_{n-2})$  uz početne uvjete  $y_0 = 1, y_1 = 4$ . (2 poena)