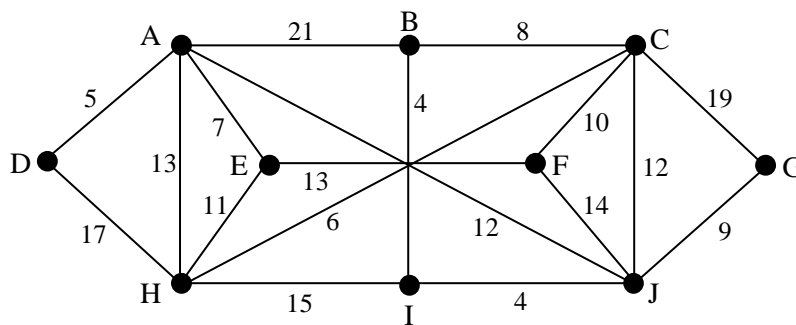


II parcijalni ispit iz diskretne matematike

- Riješite Diofantovu jednačinu $66x + 70y + 45z = 92$. (2 poena)
- U nekom RSA kriptosistemu koristi se ključ $(67, 572)$. Dešifrirajte poruku $y = 195$. (2 poena)
- Odredite koliko ima različitih načina da se napravi niz od četiri kuglice (poredak kuglica je bitan) ukoliko se kuglice vade iz kutije u kojoj ima 5 crvenih, 3 plave, 3 zelene, 2 crne i 1 bijela kuglica (pri tome se prepostavlja da se kuglice iste boje ne mogu međusobno razlikovati). (2 poena)
- U skupini od 100 studenata ETF-a nalazi se po 30 studenata smjerova RI i EE i po 20 studenata smjerova AIE i TK. Sa svakog smjera nalazi se jednak broj pripadnika muškog i ženskog pola. Odredite vjerovatnoću da nasumično izabrana skupina od 10 studenata sadrži tačno 4 studenta smjera RI i tačno 5 djevojaka. (2 poena)
- Nakon što je došlo do nestanka gasa, gospodin Sarajlić se dao u potragu za grijalicama. Odlučio je da posjeti tržne centre Robot, Interex i Mercator. Na osnovu procjene ponude i potražnje, gospodin Sarajlić je procijenio da mu šanse za uspješnu kupovinu u ovim tržišnim centrima iznose 10%, 30% i 20% respektivno. Ispostavilo se da je gospodin Sarajlić imao sreće, jer je grijalicu našao u tačno jednom od ova 3 tržna centra. Odredite vjerovatnoću da je to bio Interex. (2 poena)
- Dat je neusmjereni težinski graf kao na slici:



- Nađite minimalno povezujuće stablo Kruskalovim algoritmom, uz bojenje čvorova. Postupak provedite tako da budu vidljivi svi koraci primijenjenog algoritma. (1,5 poena)
 - Pomoću Dijkstrinog algoritma, nađite najkraće puteve od čvora B do svih ostalih čvorova u grafu. Postupak provedite tako da budu vidljivi svi koraci primijenjenog algoritma. (1,5 poena)
 - Pronađite Hamiltonovu konturu u ovom grafu. (1 poen)
 - Argumentirano pokažite da ovaj graf nije planaran. (1 poen)
- Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom $3y_n - y_{n-1} = x_n + x_{n-1}$. Odredite odziv ovog sistema na pobudu $x_n = n2^n$ za $n \geq 0$ i $x_n = 0$ za $n < 0$, kao i odziv na pobudu $x_n = \cos(n\pi/2)$, $n \in \mathbb{Z}$. (3 poena)
 - Neka je potrebno izračunati determinantu formata $n \times n$ koja ima sve jedinice na glavnoj dijagonali i na dvije njoj susjedne dijagonale, a nule na ostalim mjestima, tj. determinantu oblika

$$a_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Razvojem ove determinante po prvoj koloni odmah zaključujemo da vrijedi $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$. Dalje očigledno vrijedi $a_1 = 1$ i $a_2 = 0$. Koristeći ove činjenice, izračunajte vrijednost ove determinante za $n = 1000$. (2 poena)