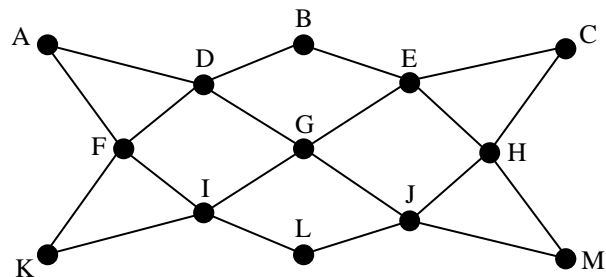


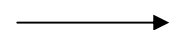
II parcijalni ispit iz diskretne matematike

- Pronađite sve načine na koje se iznos od 47 KM može isplatiti korištenjem samo kovanica od 2 KM i 5 KM. Uputa: postavljeni problem iskažite u vidu Diofantove jednačine čija se rješenja traže u skupu prirodnih brojeva. (2 poena)
- U nekom RSA kriptografskom algoritmu kao ključ (a, m) koristi se par $(83, 91)$.
 - Odredite kako glasi šifrirana poruka ukoliko je izvorna poruka $x = 72$. (1 poen)
 - Odredite kako glasi funkcija za dešifriranje, te pokažite da njena primjena na šifriranu poruku dobijenu pod a) daje polaznu poruku. (1,5 poen)
- Odredite koliko se različitih petoslovnih riječi može formirati iz slova u riječi POPOKATEPETL, pod uvjetom da te riječi sadrže barem dva različita samoglasnika. (2 poena)
- Odredite vjerovatnoću da će među 5 karata izvučenih iz standardnog špila od 52 karte biti tačno dva kralja i dva pika (oprez: neka karta može istovremeno biti i kralj i pik). (2 poena)
- Jedan od najčešće korištenih testova za detekciju HIV virusa poznat je pod nazivom ELISA (Enzyme Linked ImmunoSorbent Assay). Ipak, ovaj test nije posve pouzdan. Naime, poznato je da on daje pozitivan rezultat u 95% osoba koje su zaista HIV pozitivne (dok u preostalih 5% slučajeva daje lažno negativan rezultat). Također, ovaj test daje lažno pozitivan rezultat u 2% osoba koje nisu zaražene HIV virusom.
 - Nekom prilikom je provedeno testiranje na velikom broju osoba, od kojih se pouzdano zna da je 15% HIV pozitivno. Kolika je vjerovatnoća da će ELISA test biti pozitivan za nasumično odabranu osobu iz te testne skupine? (0,8 poena)
 - Ukoliko je nasumično odabrana osoba iz testne skupine imala pozitivan ELISA test, kolika je vjerovatnoća da je ta osoba zaista HIV pozitivna? (0,7 poena)
- Dat je neusmjeren graf na slici.

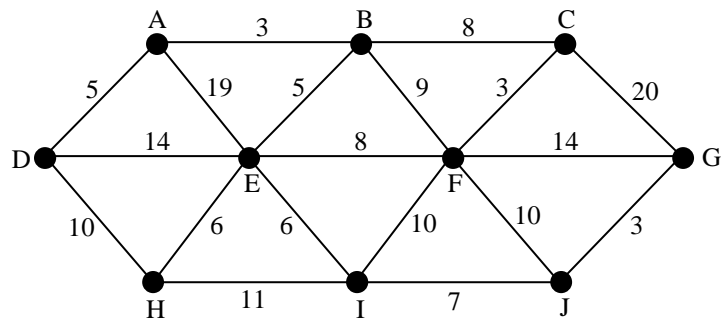


- Prikažite redoslijed obilazaka čvorova prema DFS i BFS pretrazi, ukoliko se u svakom koraku daje prioritet čvoru koji je obilježen slovom koje nailazi prije po abecedi. (0,5 poena)
 - Argumentirano pokažite da je ovaj graf Eulerov, ali da nije Hamiltonov. (1 poen)
 - Odredite hromatski broj ovog grafa (odgovor mora biti argumentiran). (1 poen)
- Dizajnirajte optimalnu elektrodistributivnu mrežu (u smislu minimalnog utroška kablova) koja povezuje 6 gradova u Bosni i Hercegovini, pri čemu su njihove međusobne zračne udaljenosti date u sljedećoj tabeli. Dizajn izvršite primjenom poboljšanog Primovog algoritma, tako da budu vidljivi svi koraci primijenjenog algoritma. Koliko iznosi minimalni utrošak kablova? (1,5 poen)

	Sarajevo	Bihać	Banja Luka	Mostar	Brčko	Trebinje
Sarajevo	0	240	180	90	150	160
Bihać	240	0	110	220	250	340
Banja Luka	180	110	0	230	140	310
Mostar	90	220	230	0	220	100
Brčko	150	250	140	220	0	300
Trebinje	160	340	310	100	300	0



8. Dat je neusmjereni težinski graf kao na sljedećoj slici:



Primjenom Bellman-Fordovog algoritma, pronađite najkraći put između čvorova D i G. Postupak izvedite tako da budu vidljivi svi koraci primijenjenog algoritma. Obradu čvorova u svakoj iteraciji vršite u abecednom poretku čvorova. (1,5 poena)

9. Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom $y_n + 2y_{n-1} - 3y_{n-2} = x_n + x_{n-2}$.

- Nadite funkciju sistema. (0,5 poena)
- Nadite impulsni odziv sistema. (0,5 poena)
- Nadite odziv sistema na pobudu $x_n = u_n$. (1 poen)
- Nadite odziv sistema na pobudu $x_n = 5^n$, $n \in \mathbb{Z}$. (0,5 poena)

10. Riješite autonomnu diferentnu jednačinu $y_n - 2y_{n-1} + 4y_{n-2} = 0$ uz početne uvjete $y_0 = y_1 = 1$. Rješenja obavezno izrazite u obliku u kojem se ne javljaju kompleksni brojevi. (2 poena)