

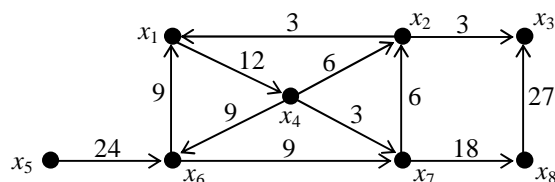
II parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Pronađite sve načine na koji je moguće platiti tramvajsku kartu čija je cijena 1,6 KM uz pomoć kovanica od 10, 20 i 50 feniga. (2 poena)
2. U jeziku C, promjenljive tipa "unsigned char" mogu sadržavati samo vrijednost u opsegu od 0 do 255 (8 bita) i sva aritmetika sa njima obavlja se kao modularna aritmetika po modulu 256. Ukoliko početna vrijednost promjenljive "a" tipa "unsigned char" iznosi 1, odredite kolika će biti njena vrijednost nakon 100000 množenja njenog sadržaja sa brojem 17 (recimo, izvršavanjem petlje poput "for(i=1;i<=100000;i++) a=a*17"). Napomena: da se razumije, ovaj zadatak ne zahtijeva nikakvo znanje programiranja niti programskog jezika C. Svi podaci neophodni za njegovo rješavanje nalaze se u postavci zadatka. (2 poena)
3. Na predmetu "Projektovanje auspuha za dalekovode" ima ukupno 6 grupa, a svakoj grupi vježbe drži drugi asistent (standard koji mi nećemo zadugo dostići). Ispit iz ovog predmeta se također drži po grupama, pri čemu pravila fakulteta nalažu da niti jedan asistent ne smije dežurati na ispitu onoj grupi kojoj drži vježbe (zbog pristrasnosti). Odredite koliko ima načina da se formira legalan raspored dežurstva ukoliko su za dežuru na raspolaganju samo oni asistenti koji drže vježbe na predmetu (a ne i asistenti sa drugih predmeta). (2 poena)
4. Odredite vjerovatnoću da će u redu za čekanje na kafu ispred kafe aparata u kojem se nalazi 6 studenata, 3 asistenta i 3 studentice i jedna profesorica barem dvije osobe ženskog pola stajati jedna do druge. (2 poena)
5. Test za H1N1 virus daje pozitivan rezultat u 98% osoba koje su zaista zaražene ovim virusom. Međutim, ovaj test daje pozitivan rezultat i kod 5% zdravih osoba. Testiranje je provedeno na skupini od 50 ljudi od kojih se pouzdano zna (na osnovu nekih drugih pokazatelja) da je njih 12 zaraženo virusom H1N1. Odredite vjerovatnoću da je osoba iz te skupine za koju je test pozitivan zaista i zaražena. (2 poena)
6. Potrebno je optičkim kablovima uspostaviti vezu između 10 telefonskih centrala $C_1 - C_{10}$. Sljedeći spisak opisuje sve moguće načine kablovskog povezivanja lokacija, pri čemu trojka oblika (C_i, C_j, d_{ij}) označava da je moguće spojiti lokacije C_i i C_j , i to kablom dužine d_{ij} (u kilometrima):

$(C_1, C_2, 6)$ $(C_1, C_4, 11)$ $(C_1, C_5, 5)$ $(C_2, C_3, 15)$ $(C_2, C_4, 18)$ $(C_2, C_5, 8)$ $(C_2, C_7, 11)$
 $(C_3, C_4, 8)$ $(C_3, C_8, 18)$ $(C_3, C_9, 6)$ $(C_4, C_6, 10)$ $(C_4, C_7, 7)$ $(C_5, C_6, 15)$ $(C_5, C_7, 9)$
 $(C_6, C_{11}, 3)$ $(C_7, C_8, 9)$ $(C_7, C_9, 4)$ $(C_7, C_{10}, 13)$ $(C_8, C_9, 14)$ $(C_9, C_{10}, 19)$

Projektirajte traženu vezu u skladu sa navedenim specifikacijama tako da ukupan utrošak kablova bude minimalan. (2,5 poena)

7. Nađite maksimalni protok kroz transportnu mrežu na slici korištenjem Ford-Fulkersonovog algoritma. Postupak obavite tako da budu vidljivi svi koraci koje ste primijenili. Obavezno pokažite (pomoću rezidualnog grafa) da je dobijeno rješenje zaista optimalno. (2,5 poena)



8. Poznato je da impulsni odziv nekog kauzalnog linearnog i stacionarnog diskretnog sistema glasi $h_n = \sqrt{3} \sin((n+1)\pi/3) - 2\delta_n$ za $n \geq 0$ i $h_n = 0$ za $n < 0$. Nađite impulsni odziv h_n inverznog sistema ovog sistema. (2,5 poena)
9. U sekvenci brojeva 1, 2, 1, -1, -2, ... prva dva elementa su 1 i 2, dok je svaki sljedeći element jednak razlici dva prethodna ($1 = 2 - 1$, $-1 = 1 - 2$, $-2 = (-1) - 1$, itd.). Odredite 1000-ti član ove sekvence. (2,5 poena)