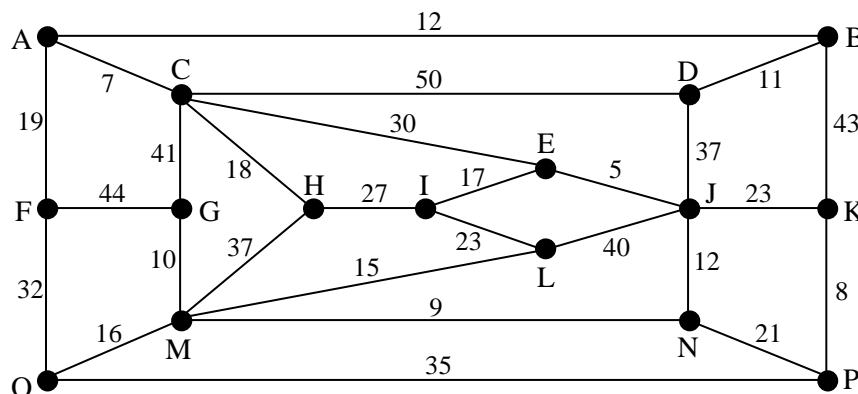


II parcijalni ispit iz diskretne matematike

- Riješite sistem linearnih kongruencija $7x \equiv 12 \pmod{13}$, $11x \equiv 2 \pmod{19}$. (2 poena)
- Nađite pretposljednju cifru broja 9^{99} . (2 poena)
- Elektrotehnički fakultet je dobio 20 novih računara i 10 printera. Odredite na koliko različitih načina je moguće ovu opremu raspodijeliti na 4 fakultetska odsjeka, pri čemu su svi računari i printeri međusobno jednaki (u smislu da smatramo da se ne mogu međusobno razlikovati). Pri tome nas ne zanima da li je raspodjela pravična ili ne (recimo, sasvim je legalna raspodjela prema kojoj sva oprema pripadne jednom odsjeku, a preostalim odsjecima ne pripadne ništa). (2 poena)
- 10 muzičkih sastava biraju termine za koncerte u toku jedne kalendarske godine. Svaki od sastava je potpuno nasumično izabrao neki datum u kalendaru, pri čemu niti jedan od sastava nije upoznat koji su datum izabrali preostali sastavi. Odredite vjerovatnoću da će neki koncerti preklapati, tj. da će istog dana biti održano više koncerata. (2 poena)
- Na raspolaganju je 5 kutija sa disketama, koje sadrže 5, 3, 7, 2 i 6 disketa respektivno. U prvoj i četvrtoj kutiji po jedna disketa je neispravna, dok su ostale ispravne. Sve tri diskete u drugoj kutiji su neispravne, dok ostale kutije ne sadržavaju neispravne diskete. Neko nasumice izabere jednu od kutija i nasumice iz nje izvuče disketu.
 - Odredite vjerovatnoću da je izvučena disketa ispravna. (1 poen)
 - Ukoliko smo ustanovili da je izvučena disketa ispravna, odredite vjerovatnoću da je ona izvučena iz neke od kutija u kojima nema neispravnih disketa. (1 poen)
- Dat je neusmjereni težinski graf kao na sljedećoj slici:



- Prikažite opis ovog grafa pomoću listi susjedstva. (1 poen)
 - Korištenjem Dijkstrinog algoritma nađite najkraće puteve od čvora J do svih ostalih čvorova u grafu. Postupak provedite tako da budu vidljivi svi koraci primijenjenog algoritma. (3 poena)
 - Argumentirano pokažite da u ovom grafu ne postoji Hamiltonova kontura. (1 poen)
- Dat je diskretni sistem opisan diferentnom jednačinom $y_n + 4y_{n-2} = x_{n-1}$. Nađite odziv ovog sistema na pobudu $x_n = n \cdot (-3)^n$. Rješenja obavezno treba izraziti u obliku koji ne sadrži kompleksne brojeve. (3 poena)
 - Potrebno je odrediti koliko ima stringova dužine n znakova sastavljenih od znakova "a", "b" i "c" u kojima se nigdje ne pojavljuju uzastopno dva znaka "a". To možemo uraditi ovako. Označimo traženi broj sa s_n . Ako string počinje slovom "a", drugo slovo može biti "b" ili "c", nakon čega u oba slučaja slijedi string istih osobina sa $n-2$ znakova, koji možemo napraviti na s_{n-2} načina. S druge strane, ako string počinje slovom "b" ili "c", u oba slučaja može slijediti string istih osobina sa $n-1$ znakova, koji možemo napraviti na s_{n-1} načina. Slijedi da je $s_n = 2s_{n-2} + 2s_{n-1}$ za $n > 2$. Dalje, očigledno imamo 3 stringa dužine 1 sa traženim svojstvima, dok isprobavanjem nalazimo da postoji 8 stringova dužine 2 sa traženim svojstvima ("ab", "ac", "ba", "bb", "bc", "ca", "cb" i "cc"). Izvedite konačnu formulu za s_n koristeći postupke zasnovane na z-transformaciji. (2 poena)