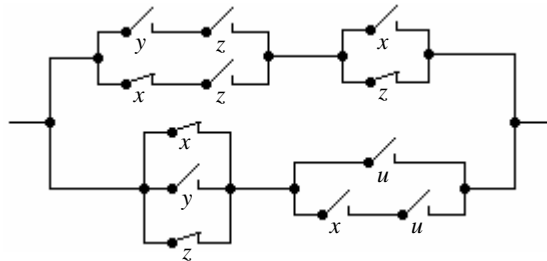


I parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Nađite minimalnu disjunktivnu i minimalnu konjunktivnu formu logičkog izraza $(P \Rightarrow Q) \vee \overline{P}\overline{R}$, a zatim izrazite rezultat pomoću Pierceove i pomoću Shefferove operacije. **(3,5 poena)**
2. Gospodin Sirotić je u dilemi da li da kupi novi računar ili novi automobil. Dilema je novčane prirode. Naime, gospodin Sirotić ima dovoljno novca za novi računar, ali ne i za novi automobil. Stoga je gospodin Sirotić donio odluku da će ukoliko uspije skupiti dovoljno novca kupiti novi automobil (u suprotnom će kupiti novi računar), dok će računar kupiti nekom drugom prilikom. Gospodin Sirotić će skupiti dovoljno novca ukoliko prihvati dodatni honorarni posao ili ukoliko dobije nagradu na lutriji. Pokažite formalnim putem da iz ovih činjenica slijedi da ukoliko gospodin Sirotić prihvati honorarni posao, tada neće kupiti novi računar. **(1,5 poen)**
3. Konstruišite skup od četiri elementa koji ima osobinu da koja god njegova dva elementa izaberemo, uvijek je jedan od njih element onog drugog. **(1 poen)**
4. Za relaciju $\mathcal{R} = \{(13, 25), (21, 21), (21, 36), (25, 13), (36, 13)\}$ nađite relacije $\mathcal{R}^{-1} \circ \mathcal{R}^2$ i \mathcal{R}^+ . **(3,5 poena)**
5. Nađite sve relacije ekvivalencije u skupu $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$. **(1,5 poen)**
6. Odredite koju prekidačku funkciju realizira prekidačka mreža sa sljedeće slike, a zatim odredite što je god moguće jednostavniju mrežu koja realizira istu funkciju. **(2 poena)**



7. Predstavite digitalno računanje funkcije $y = \text{mod}(x^2 + 6, 13)$ pomoću prekidačkih funkcija ukoliko imamo $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, a $\text{mod}(x, y)$ predstavlja ostatak pri dijeljenju x sa y . Dobijene funkcije obavezno treba pojednostaviti korištenjem zakona prekidačke algebre. **(2 poena)**
8. Za funkciju f kažemo da je ravnomjerno neprekidna na skupu X ako vrijedi $(\forall \varepsilon > 0) (\exists \delta > 0) (\forall x_1 \in X) (\forall x_2 \in X) (|x_1 - x_2| < \delta \Rightarrow |f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon)$
Iskažite jezikom logike predikata kada funkcija *nije ravnomjerno neprekidna*. **(1 poen)**
9. Neka je dat predikat $P(x)$. Formirajte izraz predikatske logike prvog reda koji tvrdi da postoje najviše dva objekta (iz domena interpretacije) koji zadovoljavaju svojstvo $P(x)$. **(1 poen)**
10. Neka je poznato da neki pacijenti vole sve ljekare, i da niti jedan pacijent ne voli barem nekog nadriljekara. Iskažite jezikom predikatske logike da iz ovih činjenica slijedi da nijedan ljekar nije nadriljekar i pokažite formalnim putem da se radi o ispravnom zaključivanju. **(3 poena)**