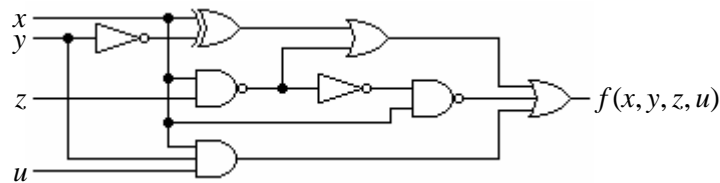


I parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Nadite minimalnu disjunktivnu i minimalnu konjunktivnu formu logičkog izraza $(\bar{A} \vee B) \oplus \bar{A}\bar{C}$, a zatim izrazite rezultat pomoću Pierceove i pomoću Shefferove operacije. **(3,5 poena)**
2. Neka je poznato da je Damir polagao matematiku i elektrotehniku i da je pri tom položio tačno jedan od ta dva ispita. Pretpostavimo dalje da bi Damir uspio upisati drugu godinu da je položio matematiku. Nažalost, Damir nije upisao drugu godinu. Odavde očigledno slijedi da je položen ispit bio ispit iz elektrotehnike. Pokažite ispravnost ovog logičkog rezonovanja formalnim putem. **(1 poen)**
3. Ilustrirajte pravilo algebre skupova $(A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (A \cup C) = (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)$ pomoću Vennovih dijagrama, a zatim ga formalno dokažite pomoću pravila algebre skupova. **(2 poena)**
4. Nadite \mathcal{R}^2 , \mathcal{R}^3 , \mathcal{R}^+ i \mathcal{R}^* za relaciju $\mathcal{R} = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, d), (d, c)\}$. **(3 poena)**
5. Ispitajte da li su sljedeće relacije u skupu ljudi relacije ekvivalencije:
 - a) $\mathcal{R}_1 = \{(a, b) \mid a \text{ i } b \text{ imaju iste roditelje}\}$
 - b) $\mathcal{R}_2 = \{(a, b) \mid a \text{ i } b \text{ imaju zajedničkog roditelja}\}$
 Odgovor obavezno mora biti obrazložen. **(1 poen)**
6. Odredite koju prekidačku funkciju realizira mreža sa sljedeće slike, a zatim odredite što je god moguće jednostavniju mrežu koja realizira istu funkciju. **(2 poena)**



7. Predstavite digitalno računanje funkcije $y = \lfloor (2x^2 + 9)/8 \rfloor$ pomoću prekidačkih funkcija ukoliko imamo $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, a $\lfloor x \rfloor$ predstavlja cijeli dio broja x . **(2,5 poena)**
8. Prikažite funkciju $f(x, y, z) = \overline{x y \vee y z \vee x z}$ u standardnom obliku Zhegalkinove algebre. **(1 poen)**
9. Neka je poznato da su svi Bosanci ljudi i neka je poznato da niti jedan čovjek nije besmrtn. Iz toga slijedi da nije tačno da postoje besmrtni Bosanci (bez obzira na to što se pojedinci ponašaju kao da će vječno živjeti). Iskažite ovo rezonovanje jezikom predikatske logike prvog reda (primjedba u zagradi data je samo kao komentar, te je ne treba uzimati u obzir). **(1,5 poen)**
10. Pokažite da izraz $\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow \forall x (\exists y (P(y) \wedge R(x, y)) \Rightarrow \exists z (Q(z) \wedge R(x, z)))$ predstavlja valjan izraz predikatske logike. **(2,5 poena)**