I parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Nađite minimalnu konjunktivnu formu logičkog izraza $\overline{\overline{A}C \vee \overline{A\overline{B} \vee B\overline{C}}}$ (na bilo koji način), a zatim izrazite isti izraz samo pomoću Pierceove operacije. **(3 poena)**

2. Pretpostavimo da je dijete veselo ako se mama igra sa njim. Također, pretpostavimo da ako dijete nešto boli, onda nije veselo. Konačno, pretpostavimo da se mama igra sa djetetom. Pokažite da iz toga slijedi da dijete ništa ne boli. **(1 poen)**

3. Naći partitivni skup skupa $A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$. **(1 poen)**

4. Za relaciju $\mathcal{R} = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, d), (d, c)\}$ na skupu $A = \{a, b, c, d\}$ nađite relacije $\mathcal{R}^2$ i $\mathcal{R}^*$ koristeći ma koji metod. **(2,5 poena)**

5. Koliko ima refleksivnih a koliko simetričnih relacija u skupu $A = \{a, b, c\}$? **(1 poen)**

6. U matematičkoj analizi, segment $[x_1, x_2]$ definira se kao $[x_1, x_2] = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x_1 \leq x \leq x_2\}$. Koji od segmenata $[0, 1]$ i $[1, 4]$ ima veći kardinalni broj? Obrazložite odgovor. Šta očekujete kolike kardinalne brojeve imaju ova dva segmenta? **(1 poen)**

7. Predstavite digitalno računanje funkcije $y = 2x^2 + 3$ pomoću prekidačkih funkcija ukoliko imamo $x \in \{0, 1, 2, 3\}$. **(2 poena)**

8. Iskažite jezikom predikatske logike naslov poznatog hita iz 50-tih godina “Everybody loves somebody”, tj. “svako voli nekoga” (za tu svrhu, uvedite predikat P koji izražava relaciju “voljeti nekog”). Zatim promijenite poredak kvantifikatora u dobijenoj formuli i pročitajte tako dobijenu formulu na bosanskom jeziku. **(1 poen)**

9. Jezikom predikatske logike, za niz a_n kažemo da je konvergentan u skupu X ukoliko vrijedi

   $(\exists a \in X)\,(\forall \varepsilon > 0)\,(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N})\,(n > n_0 \Rightarrow |a_n - a| < \varepsilon)$

   Iskažite jezikom predikatske logike kada niz a_n nije konvergentan u skupu X (tj. negirajte prethodni izraz). **(1 poen)**

10. Pokazati valjanost izraza $\forall x\, \forall y\, (P(x, y, f(x, y)) \Rightarrow \exists z\, P(x, y, z))$ i prikazati ga u preneks normalnoj formi. **(2,5 poena)**

11. Izračunati $([7]_{19})^{20}$. **(2 poena)**

12. Riješiti linearnu kongurentnu jednačinu $3x \equiv 21 \pmod{33}$. **(2 poena)**