

## I parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Primjenom Quineovog algoritma, izrazite logički izraz  $\overline{\overline{A \Rightarrow B} \vee \overline{A \vee C}} (B \Leftrightarrow C)$  na što je god moguće prostiji način pomoću Shefferove operacije i pomoću Pierceove operacije. (3,5 poena)
2. Gospodin Sirotić je u dilemi da li da kupi novi računar ili novi automobil. Dilema je novčane prirode. Naime, gospodin Sirotić ima dovoljno novca za novi računar, ali ne i za novi automobil. Stoga je gospodin Sirotić donio odluku da će ukoliko uspije skupiti dovoljno novca kupiti novi automobil (u suprotnom će kupiti novi računar), dok će računar kupiti nekom drugom prilikom. Gospodin Sirotić će skupiti dovoljno novca ukoliko prihvati dodatni honorarni posao ili ukoliko dobije nagradu na lutriji. Pokažite formalnim putem da iz ovih činjenica slijedi da ukoliko gospodin Sirotić prihvati honorarni posao, tada neće kupiti novi računar. (1,5 poen)
3. Neka su dati skupovi  $X = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$  i  $Y = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ . Nadite kako glase elementi skupa  $(\mathcal{P}(X) \times \mathcal{P}(Y)) \cap (\mathcal{P}(Y) \times \mathcal{P}(X))$ . Napomena: ukoliko Vam se pretjerano oduži izrada ovog zadatka, isključivo je do Vas. (1,5 poen)
4. U nekoj skupini programera, 25 programera zna programski jezik C++, 33 programera znaju programski jezik C#, dok 27 programera znaju programski jezik Java. Među pobrojanim programerima, 12 programera zna C++ i C# a ne zna Javu, 9 programera zna C++ i Javu a ne zna C#, i 6 programera zna C# i Javu, a ne zna C++. Niti jedan programer ne zna sva tri od pobrojanih programskih jezika. Utvrdite koliko programera na ovom skupu zna barem jedan od pobrojanih programskih jezika, a koliko ih zna tačno jedan od pobrojanih programskih jezika. (1,5 poen)
5. Nadite  $\mathcal{R}^2$ ,  $\mathcal{R}^3$ ,  $\mathcal{R}^+$  i  $\mathcal{R}^*$  za relaciju  $\mathcal{R} = \{(a, b), (a, e), (b, a), (b, c), (c, c), (d, c), (e, d)\}$ . (3,5 poena)
6. Odredite koliko se relacija ekvivalencije može napraviti u skupu  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 13\}$ . (1,5 poena)
7. Predstavite digitalno računanje funkcije  $y = \lfloor (x^2 + 4)/5 \rfloor$  pomoću prekidačkih funkcija ukoliko imamo  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , a  $\lfloor x \rfloor$  predstavlja cijeli dio broja  $x$ . (1,5 poen)
8. Nad univerzalnim skupom  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  data su dva fazi skupa  $A = 0.3/1 + 1/3 + 0.8/4 + 0.65/5$  i  $B = 0.5/1 + 0.75/2 + 1/4 + 0.2/5$ . Odrediti fazi skupove  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$  i  $B \setminus A$  (razlika  $X \setminus Y$  se kao i kod klasičnih skupova može izraziti kao  $X \setminus Y = X \cap Y'$ ). (1 poen)
9. Neka su dati predikati  $P(x)$  i  $Q(x, y)$  čiji je domen interpretacije skup ljudi, a čija su značenja respektivno "x je muško" i "x je roditelj od y". Izrazite sljedeće rečenice jezikom predikatske logike prvog reda, bez uvođenja ikakvih novih predikata (1,5 poen):
  - a) Svaki čovjek ima oca;
  - b) Denis nema sina;
  - c) Jasna je Denisova kćerka;
  - d) Lana i Damir su brat i sestra;
  - e) Jasnina majka je Dijana.
10. Neka je poznato da svi navijači FK Sarajevo vole crvenu boju. Neka je dalje poznato da neki navijači FK Sarajevo ne vole niti jednog navijača FK Željezničar. Pokažite formalnim putem da odavde slijedi da za svakog navijača FK Željezničar postoji neka osoba koja ga ne voli, a koja voli crvenu boju. (3 poena)