

I parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Primjenom Quineovog algoritma, izrazite logički izraz $\overline{AB} \vee \overline{AC} \vee \overline{BC}$ na što je god moguće jednostavniji način pomoću Shefferove operacije i pomoću Pierceove operacije. (4 poena)
2. Pretpostavimo da su poznate sljedeće činjenice:
 - Nakon odigranog derbija, Sabahudin Topalbećirević je sretan ako i samo ako je pobijedio FK Sarajevo;
 - Nakon odigranog derbija, slaviće ili bordo ili plavi navijači, ali ne i jedni i drugi;
 - Ukoliko je pobijedio FK Sarajevo, slaviće bordo navijači;
 - Derbi je odigran, i slave plavi navijači.Iz ovih činjenica može se zaključiti da Sabahudin Topalbećirević nije sretan. Dokažite ispravnost ovog rezonovanja formalnim putem. (1,5 poena)
3. Dat je skup $A = \{(a, \{a\}), \{a, \{a\}\}\}$. Nađite kako glase elementi skupa $A \times \mathcal{P}(A)$. (1 poen)
4. U nekoj skupini programera, 25 programera zna programski jezik C++, 33 programera znaju programski jezik C#, dok 27 programera znaju programski jezik Java. Među pobrojanim programerima, 12 programera zna C++ i C# a ne zna Javu, 9 programera zna C++ i Javu a ne zna C#, i 6 programera zna C# i Javu, a ne zna C++. Niti jedan programer ne zna sva tri od pobrojanih programskih jezika. Utvrdite koliko programera na ovom skupu zna barem jedan od pobrojanih programskih jezika, a koliko ih zna tačno jedan od pobrojanih programskih jezika. (1,5 poena)
5. Nađite \mathcal{R}^2 , \mathcal{R}^3 , \mathcal{R}^+ i \mathcal{R}^* za relaciju $\mathcal{R} = \{(a, b), (a, e), (b, a), (b, c), (c, c), (d, c), (e, d)\}$. (4 poena)
6. Predstavite digitalno računanje funkcije $y = \lfloor (x^2 + 4)/5 \rfloor$ pomoću prekidačkih funkcija ukoliko imamo $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, a $\lfloor x \rfloor$ predstavlja cijeli dio broja x . (2,5 poena)
7. Aritmetizirajte prekidačku funkciju $f(x, y, z) = x\bar{y} \oplus yz$. (1 poen)
8. Pokažite kontraprimjerom da izraz $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ nije valjan. (1,5 poen)
9. Neka je poznato da neki građani vole sve dobre političare i da niti jedan građanin ne voli direktore javnih preduzeća. Iskažite jezikom predikatske logike da iz ovih činjenica slijedi da niti jedan direktor javnih preduzeća nije dobar političar, i pokažite ispravnost ovog rezonovanja formalnim putem. (3 poena)