

# I parcijalni ispit iz diskretne matematike

1. Svedite logički izraz  $B(A \Leftrightarrow C) \vee D(A \underline{\vee} C)$  na SDNF oblik, a zatim nađite MDNF oblik ovog logičkog izraza (koristeći Quineov algoritam ili neki srodni postupak). Konačno, izrazite dobijeni logički izraz korištenjem Shefferove operacije. **(3,5 poena)**
2. Meteorološka prognoza je glasila ovako (citirano): “Sutra može biti vjetrovito, a može biti i padavina, pri čemu može padati kiša ili snijeg. Ukoliko istovremeno bude vjetrovito i kišovito, tada će padati i snijeg. Međutim, ukoliko snijeg ne bude padao, biće vjetrovito, ali kiše neće biti”. Uprostitite ovu konfuznu izjavu, i prilagodite je ušima prosječnog slušaoca. **(1 poen)**
3. Dati su skupovi  $A = \{a, \{b\}\}$  i  $B = \{\{a\}, b\}$ . Odredite elemente skupova  $C = \mathcal{P}(A) \Delta \mathcal{P}(B)$  i  $D = (A \times B) \cap (B \times A)$ . **(1 poen)**
4. Data je relacija  $\mathcal{R} = \{(a, a), (a, d), (b, b), (b, d), (c, b), (c, c), (c, e), (d, a), (d, d), (d, e), (e, b), (e, e)\}$  nad skupom  $A = \{a, b, c, d, e\}$ .
  - a) Ispitati ovu relaciju na refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost (obrazložiti odgovor);
  - b) Naći relacije  $\mathcal{R}^2$  i  $\mathcal{R}^3$ ;
  - c) Odrediti koliko ukupno postoji različitih relacija nad skupom A. **(3,5 poena)**
5. Funkcija  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  data je izrazom  $f(x) = 3x + 5$ . Odrediti funkciju  $f^{(3)}$ . **(1 poen)**
6. Aritmetizirajte prekidačku funkciju  $f(x, y, z) = x \vee (y \oplus z)$ . **(1 poen)**
7. Svedite izraz  $\exists x \forall y P(x, y) \vee \forall x \exists y Q(x, y)$  na preneks normalnu formu. **(1,5 poen)**
8. Pokažite valjanost izraza  $\exists x \forall y \forall z P(x, y, z) \Rightarrow \forall y \exists x \forall z P(x, y, z)$ . **(2 poena)**
9. Riješite Diofantovu jednačinu  $9x + 15y = 210$  i izdvojite ona njena rješenja koji su prirodni brojevi. **(2,5 poena)**
10. Izračunajte  $([7]_{23})^{1000000}$ . **(2 poena)**
11. Ispitajte da li je kongruentna jednačina  $x^2 \equiv 132 \pmod{37}$  rješiva ili ne. **(1 poen)**