

Funkciju sistema ćemo potražiti po definiciji:

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k z^{-k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-a|k|} z^{-k} = \sum_{k=-\infty}^{-1} e^{ak} z^{-k} + \sum_{k=0}^{\infty} e^{-ak} z^{-k} = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-ak} z^k + \sum_{k=0}^{\infty} e^{-ak} z^{-k} = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z}{e^a}\right)^k + \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{z e^a}\right)^k = \frac{\frac{z}{e^a}}{1 - \frac{z}{e^a}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{z e^a}} = \frac{z}{e^a - z} + \frac{z e^a}{z e^a - 1} = \frac{z(e^{2a} - 1)}{(e^a - z)(z e^a - 1)} \end{aligned}$$

Ovdje su iskorištene poznate formule za sumu beskonačnog geometrijskog reda. Međutim, gornje izvođenje ima smisla samo ukoliko odgovarajući redovi konvergiraju. Kako su u pitanju geometrijski redovi, prvi red konvergira za

$$\left|\frac{z}{e^a}\right| < 1$$

odnosno za  $|z| < e^a$ . Drugi red konvergira za

$$\left|\frac{1}{z e^a}\right| < 1,$$

odnosno za  $|z| > e^{-a}$ . Kako je  $a > 0$ , to je  $e^a > e^{-a}$ , tako da se oblasti konvergencije oba reda preklapaju. Stoga, za  $e^{-a} < |z| < e^a$  konvergiraju oba reda, tako da je to oblast u kojoj je funkcija sistema  $H(z)$  definirana. Konačno je:

$$H(z) = \frac{z(e^{2a} - 1)}{(e^a - z)(z e^a - 1)} \quad \text{za } e^{-a} < |z| < e^a$$

Inače, može se pokazati da oblast konvergencije funkcije sistema uvijek ima oblik  $R_1 < |z| < R_2$ , pri čemu za kauzalne sisteme vrijedi  $R_2 = \infty$ , dok za antikauzalne sisteme (tj. sisteme za koje vrijedi  $h_n = 0$  za  $n \geq 0$ ) vrijedi  $R_1 = 0$ .