a) Zamijenimo li x_n sa δ_n i y_n sa h_n, diferentna jednačina postaje $h_n - 2\,h_{n-1} = \delta_{n-1}$, odakle je

$$h_n = \delta_{n-1} + 2\,h_{n-1}$$

Na osnovu kauzalnosti imamo $h_n = 0$ za $n < 0$, tako da primjenom rekurzivnog postupka dobijamo

$$\begin{aligned}
h_0 &= \delta_{-1} + 2\,h_{-1} = 0 + 2 \cdot 0 = 0 \\
h_1 &= \delta_0 + 2\,h_0 = 1 + 2 \cdot 0 = 1 \\
h_2 &= \delta_1 + 2\,h_1 = 0 + 2 \cdot 1 = 2 \\
h_3 &= \delta_2 + 2\,h_2 = 0 + 2 \cdot 2 = 4 \\
h_4 &= \delta_3 + 2\,h_3 = 0 + 2 \cdot 4 = 8
\end{aligned}$$

Općenito, kako za $n > 1$ vrijedi $\delta_{n-1} = 0$, to za $n > 1$ imamo

$$h_n = 2\,h_{n-1}$$

odnosno, za $n \ge 1$ sekvenca h_n obrazuje geometrijski niz sa količnikom 2. Stoga za $n \ge 1$ izraz za h_n ima oblik $h_n = c \cdot 2^n$. Kako je $h_1 = 1$, to je $c = 1/2$, pa imamo

$$h_n = \frac{1}{2}2^n = 2^{n-1} \quad \text{za} \quad n \ge 1$$

Međutim, ova formula ne vrijedi za $n = 0$, jer je $h_0 = 0$, a $2^{0-1} = 1/2$. Postoji više načina da dobijemo formulu koja će vrijediti i za $n = 0$, tj. za sve vrijednosti $n \ge 0$. Jedan način je da iskoristimo činjenicu da je $u_{n-1} = 1$ za $n \ge 1$, a $u_{n-1} = 0$ za $n < 1$ (pa samim tim i za $n = 0$). Stoga izraz

$$h_n = 2^{n-1}\,u_{n-1}$$

daje ispravne vrijednosti za sve vrijednosti n, pa čak i za $n < 0$ (tada je svakako $h_n = 0$). Ipak, ovaj način nije univerzalan, jer ga ne bismo mogli primijeniti da h_0 nije bila nula, nego neka druga vrijednost. Drugi način je da od izraza 2^{n-1} oduzmemo neki kompenzacioni izraz koji će svuda biti 0, osim za $n = 0$. Za $n = 0$ taj kompenzacioni izraz treba da "neispravnu" vrijednost 1/2 svede na "ispravnu" vrijednost 0. Očigledno, takav kompenzacioni izraz može biti $(1/2) \cdot \delta_n$, tako da je

$$h_n = 2^{n-1} - \frac{1}{2}\delta_n \quad \text{za} \quad n \ge 0$$

b) Odziv na zadanu pobudu x_n odredićemo pomoću diskretne konvolucije na osnovu poznatog impulsnog odziva h_n. Kako je $x_n = 0$ za $n < 0$ imamo:

$$y_n = (x * h)_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k\,h_{n-k} = \sum_{k=0}^{\infty} x_k\,h_{n-k}$$

Dalje, vidjeli smo da je $h_n = 0$ za $n < 1$. Stoga je $h_{n-k} = 0$ za $n - k < 1$, odnosno za $k > n - 1$. Ukoliko je $n < 1$, svi članovi pod sumom tada su jednaki nuli, pa je i $y_n = 0$ za $n < 1$. Za $n \ge 1$ gornja granica sumiranja može se spustiti na $k = n - 1$ (jer su svi članovi sa većim indeksima jednaki nuli), tako da imamo:

$$y_n = \sum_{k=0}^{n-1} x_k\,h_{n-k} = \sum_{k=0}^{n-1} \cos k\pi \cdot 2^{n-k-1} = \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k\,2^{n-k-1} = 2^{n-1}\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k\,2^{-k} =$$

$$= 2^{n-1}\sum_{k=0}^{n-1}\left(-\frac{1}{2}\right)^k = 2^{n-1}\,\frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2^n - (-1)^n}{3} \quad \text{za} \quad n \ge 1$$

Ovdje je iskorištena poznata formula za sumu geometrijskog reda:

$$\sum_{k=0}^{N} q^k = \frac{1-q^{N+1}}{1-q}$$

Izvedena formula za y_n vrijedi za $n \geq 1$. Međutim, ona slučajno daje ispravnu vrijednost $y_0 = 0$ i za $n = 0$, tako da imamo

$$y_n = \frac{2^n - (-1)^n}{3} \quad \text{za} \quad n \geq 0$$