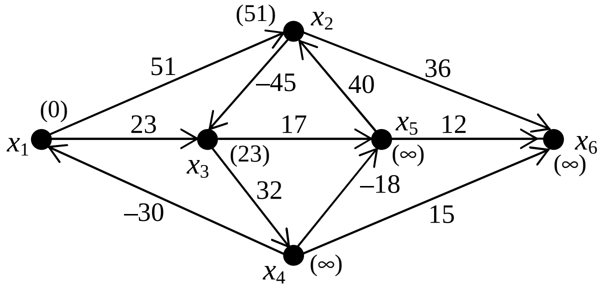
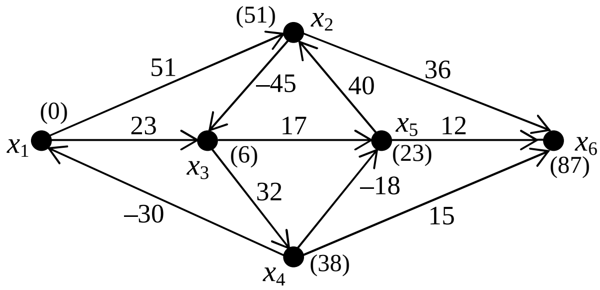
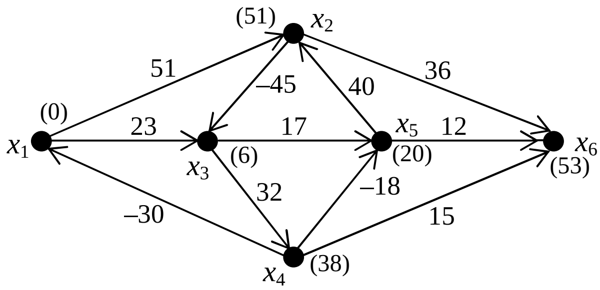
a) Obrađivaćemo čvorove u rastućem redoslijedu njihovih indeksa. Čvoru x_1 dodjeljujemo potencijal 0 a ostalima potencijal ∞. Njegovi susjedi x_2 i x_3 dobijaju redom potencijale 51 i 23. Trenutno stanje potencijala prikazuje sljedeća slika:



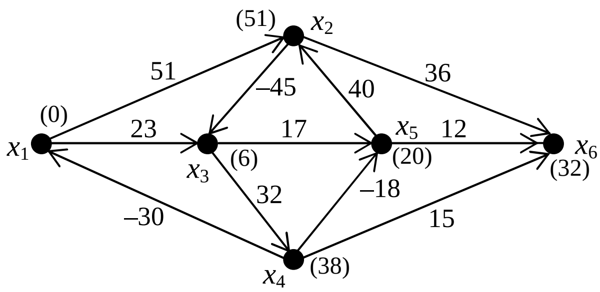
Prelazimo na čvor x_2, čiji su susjedi čvorovi x_3 i x_6. Čvor x_3 popravlja svoj potencijal sa 23 na 6, dok čvor x_6 dobija potencijal 87. Sada razmatramo čvor x_3, čiji susjedi x_4 i x_5 dobijaju potencijale 38 i 23 respektivno. Sada je raspodjela potencijala kao na sljedećoj slici:



Susjedi čvora x_4 su x_1, x_5 i x_6. Čvor x_1 zadržava svoj raniji potencijal, dok se potencijali čvorova x_5 i x_6 popravljaju sa 23 i 87 na 20 i 53 respektivno. Trenutna raspodjela potencijala prikazana je na sljedećoj slici:

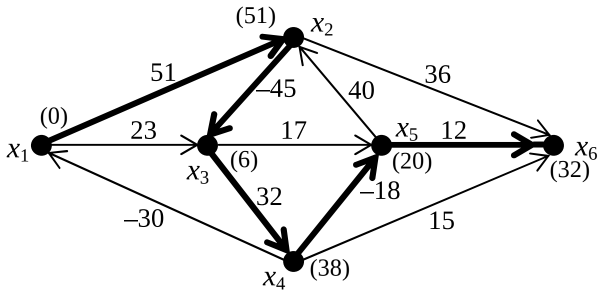


Prelazimo na čvor x_5. Njegovi susjedi su x_2 i x_6. Čvor x_2 zadržava svoj raniji potencijal, dok se potencijal čvora x_6 popravlja sa 53 na 32. Sljedeći čvor za razmatranje je x_6, međutim on nema susjeda. Ovim je završena prva iteracija Bellman-Fordovog algoritma. Trenutna raspodjela potencijala prikazana je na sljedećoj slici:

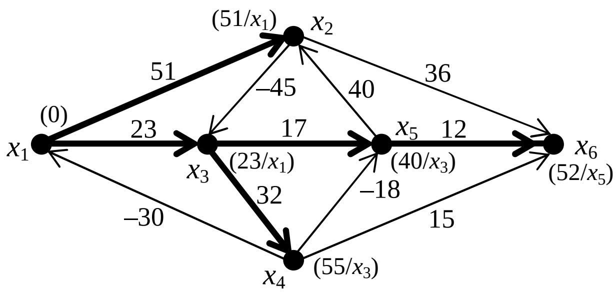


U drugoj iteraciji ponovo prolazimo kroz sve čvorove od x_1 do x_6, pri čemu ne dolazi do promjene niti jednog od potencijala, što znači da je postupak završen. Konačna raspodjela potencijala ista je kao na prethodnoj slici.

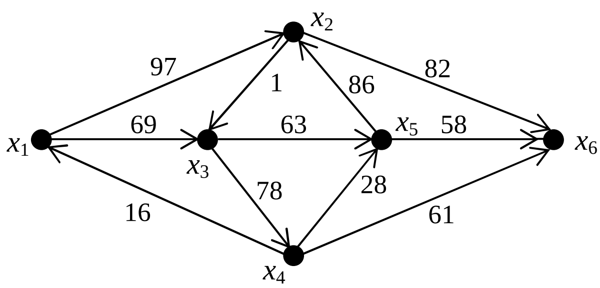
Najkraće puteve od čvora x_1 do ostalih čvorova otkrivamo prateći potencijale unazad od ciljnih čvorova prema čvoru x_1. Sasvim lako se vidi da se svi traženi najkraći putevi nalaze duž puta $x_1-x_2-x_3-x_4-x_5-x_6$, tako da se stablo najkraćih puteva svodi samo na ovaj put, kao što je prikazano na sljedećoj slici:



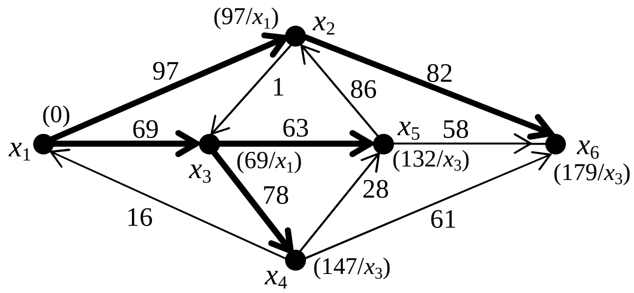
b) Pokušajmo sada na isti graf primijeniti Dijkstrin algoritam. Čvoru x_1 dodjeljujemo potencijal 0, a njegovi susjedi x_2 i x_3 dobijaju redom potencijale 51 i 23. Najmanji potencijal ima čvor x_3, tako da u stablo dodajemo granu (x_1, x_3), a čvorovi x_4 i x_5 dobijaju respektivno potencijale 55 i 40 (u odnosu na novi tekući čvor x_3). Čvor x_5 sada ima najmanji potencijal od svih neobrađenih čvorova. Stoga dodajemo granu (x_3, x_5) u stablo. Sada čvor x_6 dobija potencijal 52, dok čvor x_2 zadržava raniju vrijednost potencijala. Sljedeći čvor koji razmatramo je x_2, što dovodi do dodavanja grane (x_1, x_2) u stablo, bez promjene potencijala čvora x_6. Od preostala dva čvora, čvor x_6 ima manji potencijal, tako da dodajemo granu (x_5, x_6) u stablo, bez ikakvih promjena u raspodjeli potencijala. Konačno, posljednji čvor koji je preostao je x_4, tako da dodajemo granu (x_3, x_4) u stablo, čime se postupak završava. Konačna raspodjela potencijala i dobijeno stablo "najkraćih puteva" prikazano je na sljedećoj slici. Međutim, poređenje sa rješenjem dobijenim pod a) odmah ukazuje da ovo što smo dobili nisu najkraći putevi. Ovaj primjer jasno pokazuje da Dijkstrin algoritam nije primjenljiv na ovaj graf.



c) Pokušajmo sada težine svih grana uvećati recimo za 46, čime će težine svih grana postati pozitivne. Time dobijamo graf sa sljedeće slike:



Primijenimo sada Dijkstrin algoritam na ovako dobijeni graf. Čvoru x_1 dodjeljujemo potencijal 0, a njegovim susjedima x_2 i x_3 potencijale 97 i 69 respektivno. Najmanji potencijal ima čvor x_3. Stoga grana (x_1, x_3) ulazi u stablo, a čvorovi x_4 i x_5 dobijaju redom potencijale i 147 i 132. Sada je čvor sa najmanjim potencijalom x_2, tako da u stablo ulazi grana (x_1, x_2). Čvor x_6 dobija potencijal 179, dok čvor x_3 zadržava svoj potencijal. Nakon ovoga, čvor x_5 ima najmanji potencijal među svim neobrađenim čvorovima, tako da u stablo ulazi grana (x_3, x_5). Pri tome, čvor x_6 zadržava svoj raniji potencijal. Preostaju još čvorovi x_4 i x_6. Od njih, čvor x_4 ima manji potencijal, tako da granu (x_3, x_4) dodajemo u stablo, što također ne mijenja potencijal čvora x_6. Konačno, ostao je još čvor x_6, tako da u stablo ulazi grana (x_2, x_6). Ovim se postupak završava, i dobija se stablo kao na sljedećoj slici.



Mada se dobijeno stablo razlikuje od stabla dobijenog pod b), ovo ponovo nije stablo najkraćih puteva, dobijeno pod a). To pokazuje da se Dijkstrin algoritam ne može naivnim modifikacijama prilagoditi da radi sa grafovima sa negativnim težinama grana. Nije preteško vidjeti zašto je tako. Naime, povećanje težina svih grana za isti iznos ne doprinosi jednakom povećanju dužina svih mogućih puteva, nego se više povećava dužina onih puteva koji imaju više grana. Zaista, ako se težine svih grana povećaju za iznos Δw, dužina ma kojeg puta u grafu povećava se za iznos $k\,\Delta w$, gdje je k broj grana koje se nalaze u tom putu.