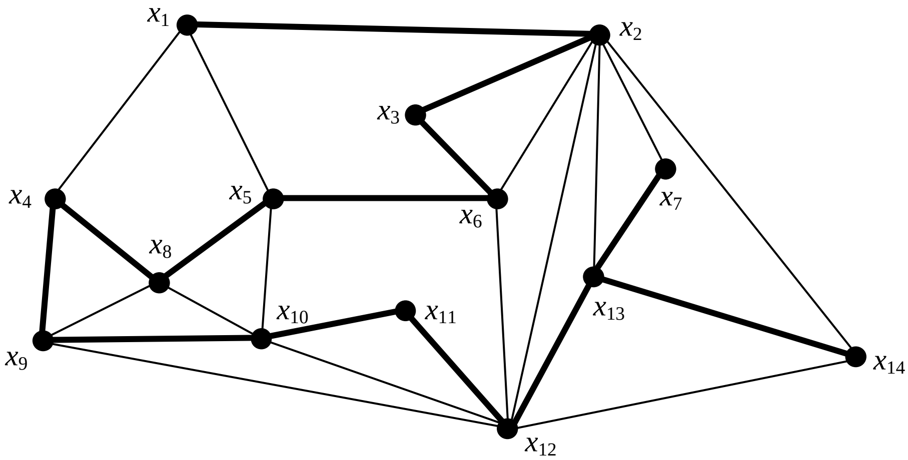
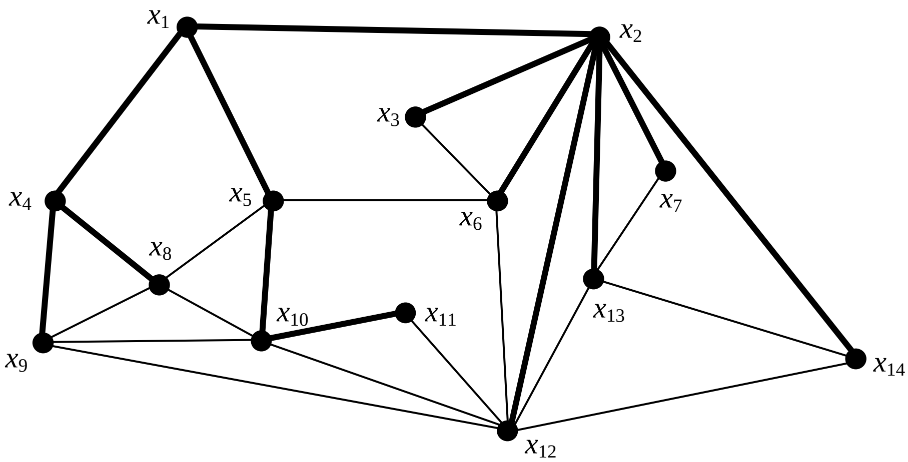
a) Postupak DFS pretrage uz davanje prioriteta čvoru sa manjim indeksom teče kao na sljedećoj slici (podebljano je prikazan odgovarajući kostur koji slijedi iz pretrage):



Redoslijed obilaska čvorova je x_1, x_2, x_3, x_6, x_5, x_8, x_4, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_7, x_{14}.

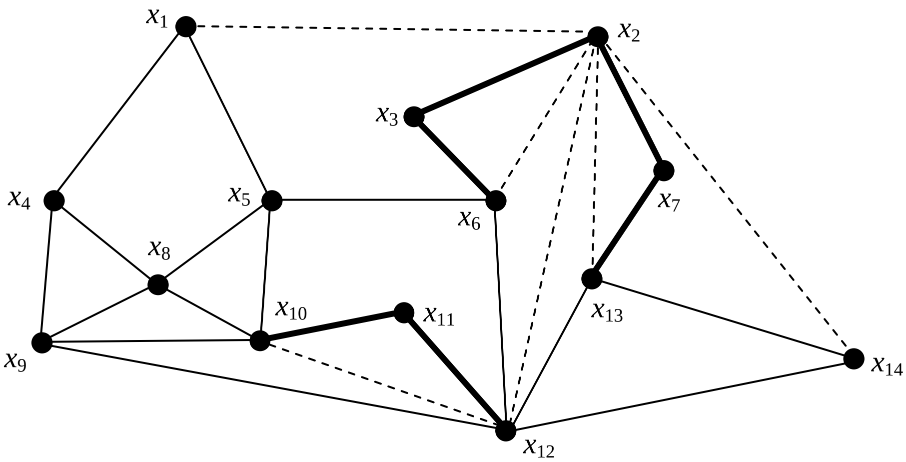
Postupak BFS pretrage uz davanje prioriteta čvoru sa manjim indeksom teče kao na sljedećoj slici (odgovarajući kostur je također prikazan podebljano):



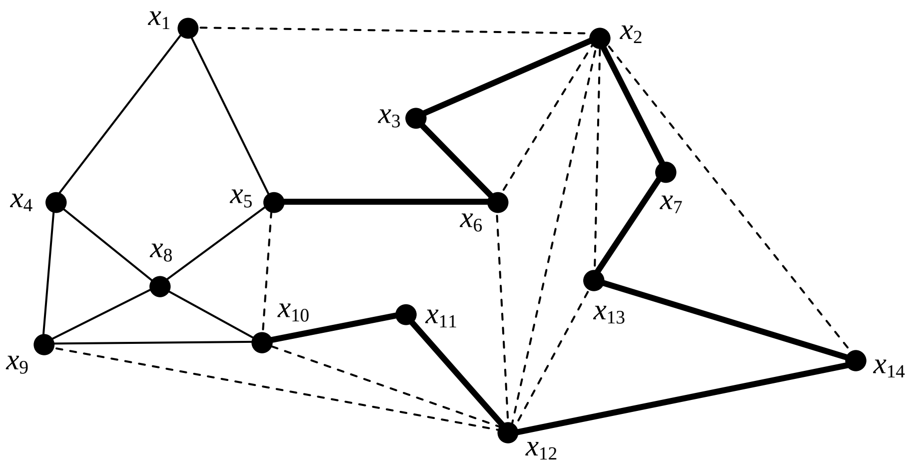
Redoslijed obilaska čvorova je x_1, x_2, x_4, x_5, x_3, x_6, x_7, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}.

b) Što se tiče Eulerovog ciklusa, on u ovom grafu ne postoji. Naime, prema Euler-Hierholzerovoj teoremi Eulerov ciklus u grafu postoji ako i samo ako svaki čvor u grafu ima paran stepen. Kako u ovom grafu postoji mnogo čvorova neparnog stepena (x_1, x_2, x_4, x_{10}, x_{12} i x_{14}), to Eulerov ciklus u ovom grafu ne postoji, odnosno ovaj graf nije Eulerov. Ne može postojati čak ni otvoreni Eulerov put, s obzirom da je za postojanje otvorenog Eulerovog puta potrebno i dovoljno da tačno dva čvora imaju neparan stepen.

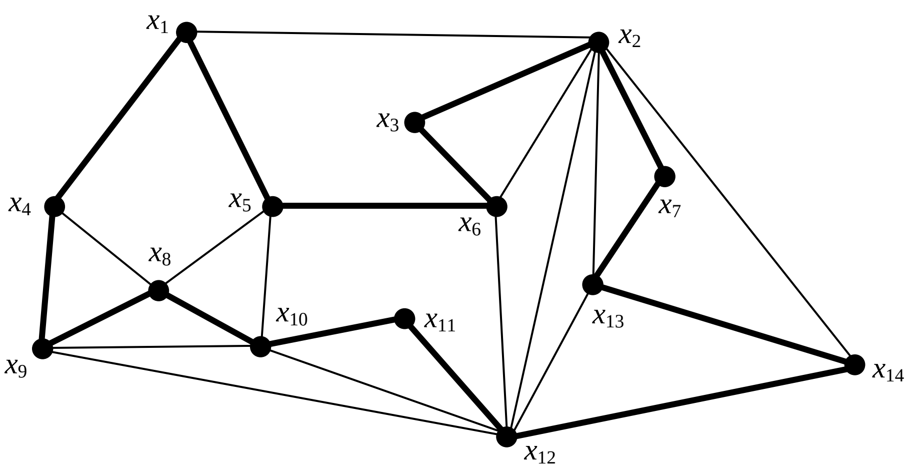
Potražimo sada Hamiltonov ciklus u ovom grafu. Najbolje je krenuti od čvorova stepena 2, jer Hamiltonov ciklus, ukoliko uopće postoji, mora proći kroz obje grane koje izlaze iz takvih čvorova. Čvorovi stepena 2 u ovom grafu su x_2, x_7 i x_{13}, iz čega zaključujemo da Hamiltonov ciklus, ukoliko uopće postoji, mora sadržavati grane $\{x_2, x_3\}$, $\{x_3, x_6\}$, $\{x_2, x_7\}$, $\{x_7, x_{13}\}$, $\{x_{10}, x_{11}\}$ i $\{x_{11}, x_{12}\}$. Slijedeća slika prikazuje razmatrani graf u kojem su navedene grane označene podebljano. Na istoj slici su crtkano prikazane grane koje sigurno ne mogu biti u Hamiltonovom ciklusu, bilo zbog toga što obrazuju konturu sa granama koje bi morale biti u Hamiltonovom ciklusu, bilo zbog toga što iz svakog čvora izlaze tačno dvije grane koje pripadaju Hamiltonovom ciklusu, ukoliko takav postoji:



Nakon ovoga, posmatrajući čvor x_{14}, zaključujemo da bi grane $\{x_{12}, x_{14}\}$ i $\{x_{13}, x_{14}\}$ morale ući u Hamiltonov ciklus, jer grana $\{x_2, x_{14}\}$ ne smije ući. Nakon tog saznanja, odmah slijedi da grane $\{x_6, x_{12}\}$, $\{x_9, x_{12}\}$ i $\{x_{13}, x_{12}\}$ ne mogu biti u Hamiltonovom ciklusu. Odmah nakon toga, razmatranje čvora x_6 dovodi do zaključka da bi i grana $\{x_5, x_6\}$ morala ući u Hamiltonov ciklus, nakon čega odmah slijedi da grana $\{x_5, x_{10}\}$ ne može biti u takvom ciklusu. Nakon ovog razmatranja, dobijamo situaciju kao na sljedećoj slici:

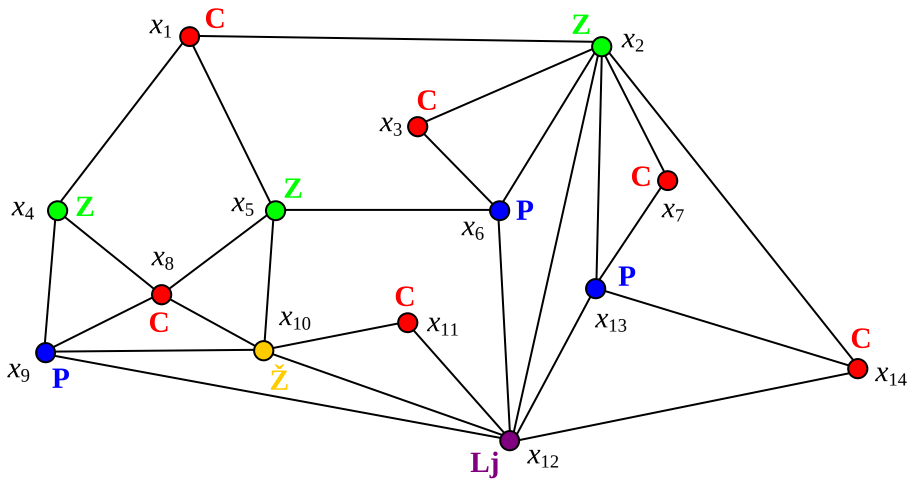


Dalje više nema grana sa koje sa sigurnošću možemo tvrditi da moraju pripadati Hamiltonovom ciklusu ako takav postoji, ili naprotiv da mu ne mogu pripadati. Međutim, u ovom trenutku ostalo je sasvim malo grana za razmatranje da nije teško uvidjeti da je moguće sklopiti Hamiltonov ciklus. Postoje dva takva ciklusa, a jedan od njih prikazan je na sljedećoj slici:

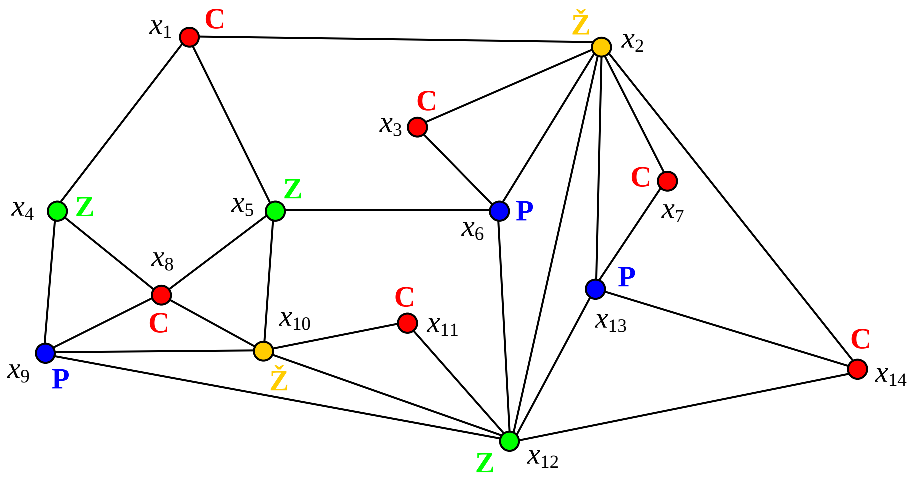


Drugi mogući Hamiltonov ciklus razlikuje se od prethodnog po tome što se u njemu umjesto grana $\{x_4, x_9\}$ i $\{x_8, x_{10}\}$ javljaju grane $\{x_4, x_8\}$ i $\{x_9, x_{10}\}$. U svakom slučaju, Hamiltonov ciklus u ovom grafu postoji, odnosno graf je Hamiltonov.

c) Pripremimo neki skup boja, recimo {Crvena, Zelena, Plava, Žuta, Ljubičasta, ...} ili, skraćeno, {C, Z, P, Ž, Lj, ...}. Čvor x_1 bojimo u crveno. Nakon toga, čvor x_2 ne možemo bojiti u crveno, jer ima crvenog susjeda (x_1), pa njega bojimo u zeleno. Čvor x_3 možemo ponovo obojiti u crveno, dok čvorove x_4 i x_5 bojimo u zeleno, jer imaju crvenog susjeda (x_1). Čvor x_6 ne možemo obojiti niti u crveno, jer ima crvenog susjeda (x_3), niti u zeleno, jer ima zelenog susjeda (x_2). Stoga ga bojimo u plavo. Čvorove x_7 i x_8 možemo obojiti u crveno. Čvor x_9 ne možemo obojiti niti u crveno, jer ima crvenog susjeda (x_8), niti u zeleno, jer ima zelenog susjeda (x_4), te ga bojimo u plavo. Međutim, za čvor x_{10} moramo upotrijebiti četvrtu boju, recimo žutu, jer ovaj čvor ima crvenog susjeda (x_8), zelenog susjeda (x_5) i plavog susjeda (x_2). Čvor x_{11} možemo obojiti u crveno. Međutim, za čvor x_{12} moramo upotrijebiti petu boju, recimo ljubičastu, jer ovaj čvor ima crvenog susjeda (x_{11}), zelenog susjeda (x_2), plavog susjeda (x_6) i žutog susjeda (x_{10}). Čvor x_{13} ima crvenog susjeda (x_7) i zelenog susjeda (x_2), te ga bojimo u plavo. Konačno čvor x_{14} možemo obojiti u crveno. Na ovaj način došli smo do bojenja sa sljedeće slike, koje koristi 5 boja:



d) Jasno je da bojenje pronađeno pod c) nije optimalno bojenje, s obzirom da je u pitanju planaran graf, a prema teoremi o četiri boje, u svakom planarnom grafu postoji ispravno bojenje čvorova u kojem se ne koriste više od četiri boje. I zaista, promijenimo li čvoru x_2 boju u žutu, a čvoru x_{12} u zelenu, dobijamo ispravno bojenje čvorova u kojem se koriste četiri boje:



Lako se vidi da je ovo bojenje ujedno i optimalno. Zaista, čvorovi x_2, x_{12}, x_{13} i x_{14} zajedno sa granama koje ih povezuju obrazuju potpuni graf K_4, pa su već za njega samog neophodne 4 boje za ispravno bojenje čvorova. Odatle slijedi da se ni ispravno bojenje čvorova čitavog grafa ne može izvesti sa manje od 4 boje.