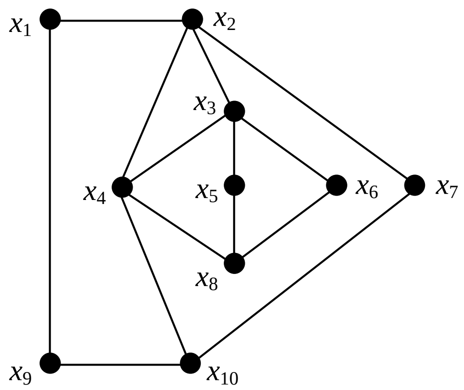
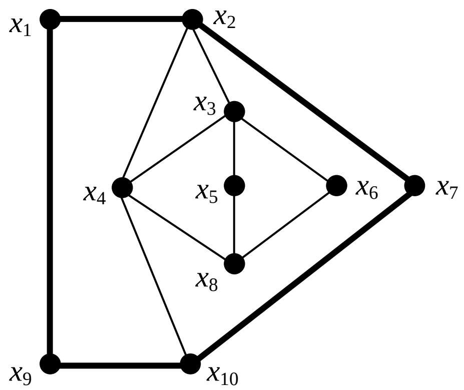
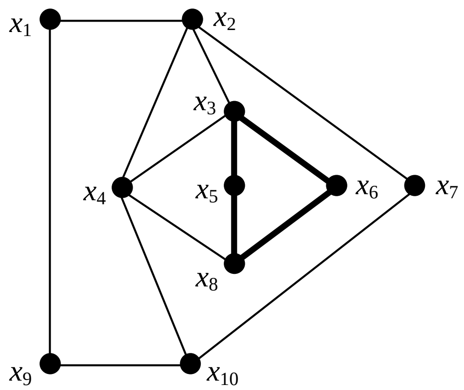
Razmotrimo prvo graf sa lijeve strane:



U grafu sa lijeve strane, brojna isprobavanja ne ukazuju na postojanje Hamiltonovog ciklusa, što je povod da se zaključi da Hamiltonov ciklus u ovom grafu zapravo i ne postoji. Međutim, tu pretpostavku treba i dokazati ukoliko želimo tvrditi da graf nije Hamiltonov. Srećom, za ovaj graf to je posve lako učiniti. Kada bi Hamiltonov ciklus postojao, on bi naravno morao proći kroz svaki čvor (i to tačno jednom). Međutim, kako čvor x_1 ima stepen 2, to bi obje grane $\{x_1, x_2\}$ i $\{x_1, x_9\}$ morale pripadati Hamiltonovom ciklusu (s obzirom da Hamiltonov ciklus mora nekuda i ući i izaći iz čvora). Slično, posmatrajući čvor x_9 zaključujemo i da bi grana $\{x_9, x_{10}\}$ morala pripadati Hamiltonovom ciklusu (pored grane $\{x_1, x_9\}$ koju smo već utvrdili), dok razmatranje čvora x_7 dovodi do zaključka da grane $\{x_2, x_7\}$ i $\{x_7, x_{10}\}$ moraju pripadati Hamiltonovom ciklusu. Međutim, ovih 5 grana (koje bi morale biti u Hamiltonovom ciklusu) već formiraju ciklus same za sebe, što se jasno vidi sa sljedeće slike:

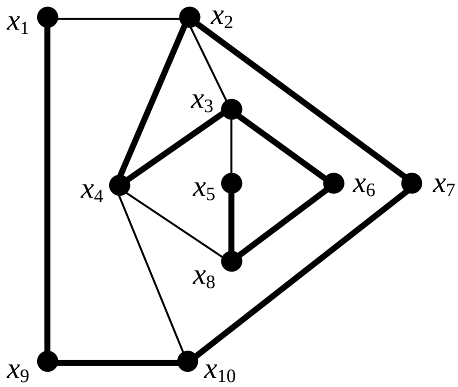


Sada postaje jasno da Hamiltonov ciklus ne može postojati, jer je nemoguće doći do preostalih čvorova a da se barem jedan od čvorova x_2 ili x_{10} ne posjeti više od jedanput. Do sličnog zaključka bismo mogli doći posmatrajući čvorove x_5 i x_6. Naime, došli bismo do zaključka da grane $\{x_3, x_5\}$, $\{x_5, x_8\}$, $\{x_3, x_6\}$ i $\{x_6, x_8\}$ moraju pripadati Hamiltonovom ciklusu, a već ove grane same za sebe obrazuju ciklus:



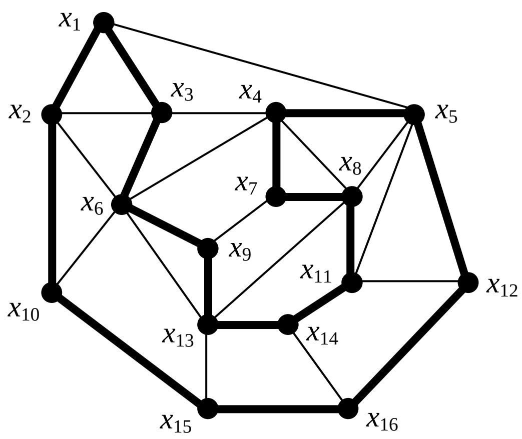
Ponovo dolazimo do zaključka da Hamiltonov ciklus ne može postojati, odnosno da je nemoguće da se barem jedan od čvorova x_3 ili x_8 ne posjeti više od jedanput. Dakle, ovaj graf nije Hamiltonov.

Interesantno je da bez obzira što u ovom grafu ne postoji Hamiltonov ciklus, u njemu ipak postoji otvoreni Hamiltonov put, tj. put koji prolazi kroz svaki čvor tačno jedanput, ali koji ne formira ciklus. Naime, ukoliko se ne zahtijeva da imamo ciklus, od 5 grana $\{x_1, x_2\}$, $\{x_1, x_9\}$, $\{x_9, x_{10}\}$, $\{x_2, x_7\}$ i $\{x_7, x_{10}\}$ ne mora svih pet biti u Hamiltonovom putu, što omogućava da se izbaci neka od grana koja izlazi iz čvorova x_2 ili x_{10} i na taj način "otvori" alternativni put iz tih čvorova. Slično, od 4 grane $\{x_3, x_5\}$, $\{x_5, x_8\}$, $\{x_3, x_6\}$ i $\{x_6, x_8\}$ može se izbaciti jedna od njih, što otvara alternativni put iz čvora x_3 ili x_8. Na taj način možemo formirati nekoliko različitih otvorenih Hamiltonovih puteva. Jedan od njih prikazan je na sljedećoj slici:



NAPOMENA: Interesatno je naglasiti sa se metod opisan na strani 420 u udžbeniku ne može iskoristiti da se dokaže da u ovom grafu ne postoji Hamiltonov ciklus. Naime, prema ovom metodu, ukoliko graf ima n čvorova i m grana i ukoliko u njemu postoji Hamiltonov ciklus, tada tačno n njegovih grana mora pripadati Hamiltonovom ciklusu, što ostavlja $m-n$ grana izvan ciklusa. U našem primjeru je $n = 10$, $m = 14$ i $m-n = 4$. Dalje, prema ovom metodu, potrebno je naći skupove čvorova oblika $S = \{x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_k}\}$ koji su takvi da nijedan par čvorova iz skupa nije međusobno spojen granom. Ako stepen čvora $x_i \in S$ označimo sa $d(x_i)$, tada iz svakog od čvorova $x_i \in S$ izlazi $d(x_i)-2$ grana koje ne pripadaju Hamiltonovom ciklusu, i sve su te grane različite. Slijedi da u razmatranom grafu mora postojati barem $d(x_1) + d(x_2) + ... + d(x_k) - 2\,k$ grana koje ne pripadaju Hamiltonovom ciklusu. Ukoliko je ovaj broj veći od $m-n$, imamo kontradikciju. Pri tome, u traženju takvog skupa čvorova S slobodno možemo zanemariti čvorove stepena 2, jer za njih je $d(x_i)-2 = 0$ tako da oni ništa ne doprinose u prethodnoj računici. Međutim, kad izbacimo čvorove stepena 2, u grafu iz ovog primjera ostaju samo čvorovi x_2, x_3, x_4, x_8 i x_{10}, tako da su jedini skupovi čvorova sa traženim svojstvima $S = \{x_2, x_8, x_{10}\}$ i $S = \{x_3, x_8, x_{10}\}$. Niti u jednom od ova slučaja ne možemo izvesti kontradikciju. Zaista, imamo $d(x_2) + d(x_8) + d(x_{10}) - 6 = 4$ i $d(x_3) + d(x_8) + d(x_{10}) - 6 = 4$, što je nedovoljno da se izvede kontradikcija. Ovaj primjer ilustrira da ne postoje univerzalno primjenljivi metodi kojim bi se moglo pokazati da neki graf nije Hamiltonov.

Što se tiče grafa sa desne strane, ponekad se može logičkim rezonovanjem dokazati da graf mora sadržavati Hamiltonov ciklus, ali da pri tom provedeno rezonovanje ne otkriva kuda tačno taj ciklus prolazi. Alternativno, teoreme poput Diracove, Oreove, Pósaine i Chvátalove mogu u nekim slučajevima dati odgovor da je graf Hamiltonov, također bez otkrivanja kuda Hamiltonov ciklus prolazi. Nažalost, niti jedna od ovih teorema nije primjenljiva na razmatrani graf (zapravo, sve ove teoreme primjenljive su samo na manje ili više guste grafove, u kojima dosta čvorova ima relativno visok stepen). Bez obzira na to, jasno je da uspijemo li (prostim traganjem) pronaći barem jedan Hamiltonov ciklus u grafu, to je siguran dokaz da je graf Hamiltonov. Sretna je okolnost da u razmatranom grafu nije uopće teško pronaći Hamiltonov ciklus (zapravo, moguće je pronaći mnogo njih). Na primjer, jedan mogući Hamiltonov ciklus prikazan je na sljedećoj slici:



Dakle, radi se o Hamiltonovom grafu.