

Ovo je klasični problem uzimanja uzoraka. Ovdje je univerza skup $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, koju ćemo podijeliti u tri klase $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{3, 4, 5, 6\}$ i $A_3 = \{2, 7, 8, 9, 10\}$. Dakle, imamo $n = 10$, $n_1 = 1$, $n_2 = 4$ i $n_3 = 5$. Uzorak od $m = 6$ karata treba da sadrži $m_1 = 1$ kartu iz klase A_1 , $m_2 = 3$ karte iz klase A_2 i $m_3 = 2$ karte iz klase A_3 .

- a) Ukoliko se karta ne vraća nazad u paket, ponavljanje nije dozvoljeno, tako da je tražena vjerovatnoća

$$\begin{aligned} p &= \frac{6!}{1! \cdot 3! \cdot 2!} \frac{1^{(1)} 4^{(3)} 5^{(2)}}{10^{(6)}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5} = \\ &= \frac{6}{3 \cdot 2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{2 \cdot 5}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{1}{7 \cdot 5} \cdot \frac{2}{6} = 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7 \cdot 5} \cdot \frac{1}{3} = \\ &= 4 \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{5}{7 \cdot 5} \cdot \frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{5}{7 \cdot 5} \cdot \frac{1}{3} = 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{21} \approx 19\% \end{aligned}$$

Isti rezultat možemo dobiti i pomoću formule

$$\begin{aligned} p &= \frac{C(1,1)C(4,3)C(5,2)}{C(10,6)} = \frac{\frac{1}{1} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2}}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}} = \frac{1 \cdot 4 \cdot \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3} \cdot 5 \cdot 4}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 6} \cdot 5} = \\ &= \frac{4 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 2}{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 5} = 4 \cdot \frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 5} \cdot \frac{1}{3 \cdot 7} = \frac{4}{21} \approx 19\% \end{aligned}$$

- b) Ukoliko se karta vraća nazad u paket, ponavljanje je dozvoljeno, tako da je tražena vjerovatnoća

$$\begin{aligned} p &= \frac{6!}{1! \cdot 3! \cdot 2!} \left(\frac{1}{10}\right)^1 \left(\frac{4}{10}\right)^3 \left(\frac{5}{10}\right)^2 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1^1 \cdot 4^3 \cdot 5^2}{10^6} = \frac{6}{3 \cdot 2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{2^6 \cdot 5^2}{10^6} = \\ &= 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot \frac{2^6 \cdot 5^2}{10^6} = 3 \cdot \frac{2^8 \cdot 5^3}{10^6} = 3 \cdot 2^5 \cdot \frac{2^3 \cdot 5^3}{10^6} = 3 \cdot 2^5 \cdot \frac{10^3}{10^6} = \\ &= 3 \cdot 2^5 \cdot \frac{1}{10^3} = 3 \cdot 2^5 \cdot \frac{1}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{3 \cdot 2^2}{5^3} = \frac{12}{125} \approx 9.6\% \end{aligned}$$