

Odredićemo prvo vjerovatnoću da imamo puni dobitak ukoliko smo na tiketu zaokružili k brojeva, a zatim ćemo odrediti za kakvo k je ta vjerovatnoća veća od 0.2.

Uz pretpostavku da je izvlačenje svakog broja iz loto bubnja jednako vjerovatno, svaka kombinacija 7 izvučenih brojeva od ukupno 39 brojeva ima podjednaku vjerovatnoću, tako da su te kombinacije mogući događaji za ovaj problem. Njihov broj iznosi $C(39, 7)$. S druge strane, povoljni događaji su oni kod kojih 7 izvučenih brojeva predstavljaju podskup od k zaokruženih brojeva, a takvih podskupova ima $C(k, 7)$. Slijedi da tražena vjerovatnoća (izražena u funkciji od k) iznosi:

$$p(k) = \frac{C(k, 7)}{C(39, 7)} = \frac{\frac{k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)(k-5)(k-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}}{\frac{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}} =$$

$$= \frac{k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)(k-5)(k-6)}{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33}$$

Sada je potrebno odrediti najmanji k tako da bude $p(k) > 0.2$. Kako je $p(k)$ polinom sedmog stepena po k , ovu nejednakost je teško riješiti analitički, pa je potrebno poslužiti se isprobavanjem. Očigledno je $p(k)$ monotono rastuća funkcija od k , pa se možemo poslužiti taktikom polovljenja. Za $k = 20$ imamo da je $p(20) = 80/15873 \approx 0.5\%$ (vidi Zadatak 7.18), dok za $k = 39$ očigledno imamo $p(39) = 1 = 100\%$. Stoga je tražena vrijednost k negdje između 20 i 39. Pokušajmo sa vrijednosti k koja je na polovici između ove dvije vrijednosti, tj. za $k = 29$:

$$p(29) = \frac{29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23}{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33} = \frac{28}{35} \cdot \frac{27}{33} \cdot \frac{26}{39} \cdot \frac{24}{36} \cdot \frac{29 \cdot 25 \cdot 23}{38 \cdot 37 \cdot 34} = \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{29 \cdot 25 \cdot 23}{38 \cdot 37 \cdot 34} =$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{29 \cdot 5 \cdot 23}{19 \cdot 37 \cdot 17} = \frac{4 \cdot 29 \cdot 5 \cdot 23}{11 \cdot 19 \cdot 37 \cdot 17} = \frac{13340}{131461} \approx 0.1015 = 10.15\%$$

Očigledno je $p(29) < 0.2$, tako da je tražena vrijednost k veća od 29 (ali manja od 39). Testirajmo sada vrijednost k koja je na polovici između vrijednosti 29 i 39, tj. vrijednost $k = 34$:

$$p(34) = \frac{34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28}{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33} = \frac{32}{38} \cdot \frac{30}{36} \cdot \frac{28}{35} \cdot \frac{31 \cdot 29}{39 \cdot 37} = \frac{16}{19} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{31 \cdot 29}{39 \cdot 37} =$$

$$= \frac{16}{19} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{31 \cdot 29}{39 \cdot 37} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 31 \cdot 29}{19 \cdot 3 \cdot 39 \cdot 37} = \frac{28768}{82251} \approx 0.3498 = 34.98\%$$

Imamo $p(34) > 0.2$, tako da je minimalna vrijednost k za koju vrijedi $p(k) > 0.2$ manja od 34 (ali veća od 29). Možemo sada testirati vrijednost k na polovici između 29 i 34, tj. vrijednost $k = 31$:

$$p(31) = \frac{31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33} = \frac{30}{36} \cdot \frac{28}{35} \cdot \frac{27}{33} \cdot \frac{26}{39} \cdot \frac{31 \cdot 29 \cdot 25}{38 \cdot 37 \cdot 34} = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{31 \cdot 29 \cdot 25}{38 \cdot 37 \cdot 34} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{31 \cdot 29 \cdot 25}{38 \cdot 37 \cdot 34} = \frac{1}{11} \cdot \frac{31 \cdot 29 \cdot 25}{19 \cdot 37 \cdot 17} = \frac{31 \cdot 29 \cdot 25}{11 \cdot 19 \cdot 37 \cdot 17} = \frac{22475}{131461} \approx 0.1710 = 17.1\%$$

Vrijednost $k = 31$ je očito premala, tako da možemo testirati $k = 32$:

$$p(32) = \frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26}{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33} = \frac{32}{38 \cdot 34} \cdot \frac{30}{36} \cdot \frac{28}{35} \cdot \frac{27}{33} \cdot \frac{26}{39} \cdot \frac{31 \cdot 29}{37} =$$

$$= \frac{8}{19 \cdot 17} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{31 \cdot 29}{37} = \frac{8}{19 \cdot 17} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{31 \cdot 29}{37} = \frac{8}{19 \cdot 17} \cdot 2 \cdot \frac{1}{11} \cdot 2 \cdot \frac{31 \cdot 29}{37} =$$

$$= \frac{8 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 31 \cdot 29}{19 \cdot 17 \cdot 11 \cdot 37} = \frac{28768}{131461} \approx 0.2188 = 21.88\%$$

Dakle, od ukupno 39 brojeva, potrebno je zaokružiti čak 32 broja da bismo sa vjerovatnoćom od barem 20 % (tj. sa šansom od oko 1 : 5) imali puni dobitak, tj. svih 7 pogodaka.

NAPOMENA: Ilustrativno je pogledati sljedeći tabelarni i grafički prikaz koji prikazuju kako se vjerovatnoća punog dobitka mijenja sa promjenom k :

k	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$p(k)$ [%]	3.13	4.28	5.77	7.70	10.15	13.24	17.10	21.88	27.78	34.98	43.72	54.27	66.94	82.05	100

