

Broj načina da iz skupa od n kuglica izaberemo podskup od k kuglica je $C(n, k)$. Kako k nije određen, nego je slučajno odabran, broj mogućih događaja dobijamo sabiranjem po svim vrijednostima k od 1 do n (svi ovi događaji su jednako vjerovatni, jer je jednako vjerovatan izbor svake kuglice, te svake vrijednosti k , s obzirom da se izbor vrši na posve slučajan način):

$$N = \sum_{k=1}^n C(n, k) = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} - \binom{n}{0} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^k 1^{n-k} - 1 = (1+1)^n - 1 = 2^n - 1$$

Do istog zaključka možemo doći i ovako. Za svaku od n kuglica imamo dva izbora: da je uzmemo ili da je ne uzmemo. Pošto mogućnost izbora svake od kuglica ne zavisi od toga koje smo kuglice prije toga izabrali, broj različitih izbora prema multiplikativnom principu iznosi 2^n . Međutim, od tih svih izbora, jedan nije legalan: izbor u kojem nismo uzeli niti jednu kuglicu. Slijedi da je broj legalnih izbora (odnosno broj mogućih događaja) za jedan manji, odnosno 2^{n-1} .

Izračunajmo sada broj povoljnih događaja. Povoljni su oni događaji kod kojih je broj uzetih kuglica k neparan, tako da je

$$\begin{aligned} M &= \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ neparno}}}^n C(n, k) = \sum_{k=0}^n C(n, k) \frac{1 - (-1)^k}{2} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{1 - (-1)^k}{2} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^k 1^{n-k} - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k 1^{n-k} = \frac{1}{2} (1+1)^n - \frac{1}{2} (-1+1)^n = \frac{1}{2} \cdot 2^n = 2^{n-1} \end{aligned}$$

Ovdje je iskorištena činjenica da izraz

$$\frac{1 - (-1)^k}{2}$$

ima vrijednost 1 kada je k neparno, a 0 kada je k parno. Konačno, tražena vjerovatnoća iznosi

$$p = \frac{M}{N} = \frac{2^{n-1}}{2^n - 1} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2^n - 1}\right)$$

Kako izraz u zagradi vrlo brzo teži ka jedinici kada n raste, imamo $p \approx 1/2 = 50\%$ za iole veće vrijednosti n . Ovo je lijepo ilustrirano u sljedećoj tablici koja ilustrira promjenu vjerovatnoće p kada se n mijenja od 1 do 10.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p (%)	100	66.67	57.14	53.33	51.61	50.79	50.39	50.20	50.10	50.05