

Uočimo da bijekcija sa skupa X na Y postoji samo ako su kardinalni brojevi skupa X i Y isti, tj. ukoliko je $\#X = \#Y$. U tom slučaju, broj različitih bijekcija je zapravo jednak broju permutacija bez ponavljanja skupa X (ili Y), tj. $P(\#X)$. Što se tiče injekcija, jasno je da injekcija iz skupa X u skup Y može postojati samo ako je $\#X \leq \#Y$, jer se u suprotnom barem dva različita elementa iz skupa X moraju preslikati u isti element skupa Y (Dirichletov princip). Nije teško vidjeti da pod ovim uvjetom broj različitih injekcija iz skupa X u skup Y iznosi $P(\#Y, \#X)$. Zaista, izaberimo neki element skupa X . Njegovu sliku iz skupa Y možemo izabrati na $\#Y$ različitih načina. Zatim izaberimo neki drugi element skupa X . Njegovu sliku možemo izabrati na $\#Y - 1$ načina, jer zbog injektivnosti ne možemo izabrati ponovo isti element iz skupa Y koji smo već izabrali. Slično, sliku sljedećeg izabranog elementa iz skupa X možemo izabrati na $\#Y - 2$, itd. Iskazani rezultat sada direktno slijedi na osnovu multiplikativnog principa.

Nakon ovog uvodnog razmatranja, analizirajmo konkretne slučajeve iz postavke zadatka.

- a) U ovom slučaju imamo $\#X = \#Y = 6$, pa bijekcija sa X na Y postoji. Broj takvih bijekcija iznosi $P(6) = 6! = 720$. Injekcije sa X u skup Y također postoje jer je $\#X \leq \#Y$ i broj takvih injekcija iznosi $P(6, 6) = 6^{(6)} = 6! = 720$. Nije nimalo slučajno što je broj bijekcija i injekcija u ovom slučaju isti. Naime, lako je pokazati da je, u slučaju kada je $\#X = \#Y$ i kada su skupovi X i Y konačni, svaka injekcija iz X u Y ujedno i bijekcija (za beskonačne skupove to ne vrijedi), dok je svaka bijekcija po definiciji ujedno i injekcija.
- b) U ovom slučaju imamo $\#X = 6$ i $\#Y = 3$. Kako je $\#X > \#Y$, ne postoje niti bijekcije niti injekcije sa X u Y , odnosno broj bijekcija odnosno injekcija sa X u Y iznosi 0.
- c) U ovom slučaju imamo $\#X = 6$ i $\#Y = 8$. Kako je $\#X \neq \#Y$, također ne postoje bijekcije sa X na Y , odnosno broj bijekcija sa X u Y iznosi 0. S druge strane, kako je $\#X \leq \#Y$, injekcije sa X u Y postoje i broj takvih injekcija iznosi $P(8, 6) = 8^{(6)} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 20160$.