Klasični način za rješavanje ovog zadatka je razbijanjem na podslučajeve. U konkretnom problemu očigledno mogu nastupiti sljedeći slučajevi:

- Sve četiri osobe su uzele različite kape;
- Dvije osobe su uzele kapu iste boje, a preostale dvije osobe međusobno različite kape neke druge boje;
- Dva para osoba su uzele kapu iste boje;
- Tri osobe su uzele kapu jedne boje, a četvrta osoba kapu drugačije boje;
- Sve osobe su uzele kapu iste boje.

U prvom slučaju, 4 različite boje možemo rasporediti na 4 osobe na $\mathrm{P}(4) = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ načina, s obzirom da se radi o klasičnim permutacijama skupa od 4 boje. To je ujedno i broj situacija koje mogu nastati u ovom slučaju.

U drugom slučaju, boja kape koju će imati dvije osobe ne može biti bijela, jer imamo samo jednu bijelu kapu. Preostaje nam izbor iz skupa {plava, crvena, smeđa}, što se može izvesti na 3 načina. Nakon što smo odabrali tu boju, sad od preostale 3 boje treba izabrati dvije (za boje kapa preostalih osoba), što se može izvesti na $\mathrm{C}(3, 2) = (3 \cdot 2)/(1 \cdot 2) = 3$ načina (u pitanju su kombinacije, s obzirom da poredak izabranih boja ne igra nikakvu ulogu). Konačno, izabrane boje možemo rasporediti po osobama na $\overline{\mathrm{P}}(4; 2, 1, 1) = 4!/(2! \cdot 1! \cdot 1!) = (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)/(2 \cdot 1) = 12$ načina. Na osnovu multiplikativnog principa, slijedi da ovaj slučaj daje ukupno $3 \cdot 3 \cdot 12 = 108$ situacija.

U trećem slučaju, dvije boje kapa (za dva para) također možemo odabrati jedino iz skupa {plava, crvena, smeđa} s obzirom da ima samo jedna bijela kapa. Ovaj izbor, kao i u prethodnom slučaju, možemo izvesti na $\mathrm{C}(3, 2) = 3$ načina. Međutim, nakon toga izbor osoba koje će dobiti pojedine kape može se izvesti na $\overline{\mathrm{P}}(4; 2, 2) = 4!/(2! \cdot 2!) = (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)/(2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1) = 6$ načina, tako da ovaj slučaj prema multiplikativnom principi daje ukupno $3 \cdot 6 = 18$ situacija.

U četvrtom slučaju, tri osobe moraju uzeti plavu kapu, jer samo plavih kapa ima dovoljno da tri osobe mogu uzeti kapu iste boje. Četvrta osoba može izabrati jednu od preostale 3 boje, što daje 3 mogućnosti. Međutim, izbor koje će tri osobe uzeti plavu kapu a koja neku drugu možemo izvesti na $\overline{\mathrm{P}}(4; 3, 1) = 4!/(3! \cdot 1!) = (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)/(3 \cdot 2 \cdot 1) = 4$ načina. Stoga četvrti slučaj prema multiplikativnom principu daje ukupno $4 \cdot 3 = 12$ situacija.

Peti slučaj daje samo jednu moguću situaciju, jer samo plavih kapa ima dovoljno da četiri osobe mogu uzeti kapu iste boje.

Konačno, na osnovu aditivnom principa, ukupan broj različitih situacija iznosi

$$24 + 108 + 18 + 12 + 1 = 163$$

Izvedimo isti rezultat formalnim (mehaničkim) putem. Tražene situacije se mogu predstaviti kao varijacije sa ponavljanjem klase 4 skupa {plava, crvena, smeđa, bijela} uz dopunsko ograničenje da se plava boja smije pojaviti najviše 4 puta, crvena i smeđa boja najviše 2 puta, dok se bijela boja ne smije ponavljati. Odnosno, u pitanju su 4-permutacije multiskupa $\{4 \cdot \text{plava}, 2 \cdot \text{crvena}, 2 \cdot \text{smeđa}, 1 \cdot \text{bijela}\}$, tako da je broj traženih nizova $\overline{\mathrm{P}}(4, 4; 4, 2, 2, 1)$. Za k-permutacije multiskupa $\{m_1 \cdot a_1, m_2\, a_2, \ldots, m_n \cdot a_n\}$ vrijedi da njihov broj $\overline{\mathrm{P}}(n, k; m_1, m_2, \ldots, m_n)$ iznosi

$$\overline{\mathrm{P}}(n, k; m_1, m_2, \ldots, m_n) = \sum_{\substack{\lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 + \ldots + \lambda_s i_s = k \\ M \geq i_1 > i_2 > \ldots > i_s \geq 1}} \binom{c(i_1)}{\lambda_1} \binom{c(i_2) - \lambda_1}{\lambda_2} \cdots \binom{c(i_s) - \lambda_1 - \lambda_2 - \ldots - \lambda_{s-1}}{\lambda_s} \frac{k!}{i_1!^{\lambda_1} i_2!^{\lambda_2} \ldots i_s!^{\lambda_s}}$$

gdje je $M = \max\{m_1, m_2, ..., m_n\}$, $c(i)$ je broj brojeva m_p, $p = 1 \,..\, n$ koji su veći ili jednaki od i, dok se sumiranje vrši po svim rastavama broja k koje se mogu prikazati u obliku $k = \lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 + ... + \lambda_s i_s$ gdje su λ_p, i_p, $p = 1 \,..\, n$ prirodni brojevi i $M \geq i_1 > i_2 > ... > i_s \geq 1$.

U konkretnom problemu imamo $n = 4$, $k = 4$, $m_1 = 4$, $m_2 = 2$, $m_3 = 2$, $m_4 = 1$, $M = \max\{4, 2, 2, 1\} = 4$, $c(1) = 4$, $c(2) = 3$, $c(3) = 1$ i $c(4) = 1$, dok sve rastave broja $k = 4$ traženog oblika glase $4 = 1 \cdot 4$, $4 = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1$, $4 = 2 \cdot 2$, $4 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1$ i $4 = 4 \cdot 1$, tako da imamo:

$$\overline{P}(4, 4; 4, 2, 2, 1) =$$

$$= \binom{c(4)}{1}\frac{4!}{4!^1} + \binom{c(3)}{1}\binom{c(1)-1}{1}\frac{4!}{3!^1 1!^1} + \binom{c(2)}{2}\frac{4!}{2!^2} + \binom{c(2)}{1}\binom{c(1)-1}{2}\frac{4!}{2!^1 1!^1} + \binom{c(1)}{4}\frac{4!}{1!^4} =$$

$$= \binom{1}{1}\frac{4!}{4!^1} + \binom{1}{1}\binom{4-1}{1}\frac{4!}{3!^1 1!^1} + \binom{3}{2}\frac{4!}{2!^2} + \binom{3}{1}\binom{4-1}{2}\frac{4!}{2!^1 1!^1} + \binom{4}{4}\frac{4!}{1!^4} =$$

$$= \frac{1}{1}\cdot\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} + \frac{1}{1}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1} + \frac{3\cdot 2}{1\cdot 2}\cdot\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 2\cdot 1} + \frac{3}{1}\cdot\frac{3\cdot 2}{1\cdot 2}\cdot\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1} + \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{1} =$$

$$= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \cdot 12 + 1 \cdot 24 = 1 + 12 + 18 + 108 + 24 = 163$$

Vidimo da smo do istog rezultata došli potpuno mehaničkim putem.

Interesantno je riješiti problem i pomoću funkcija izvodnica. $\overline{P}(n, k; m_1, m_2, ..., m_n)$ se može se dobiti kao koeficijent uz t^k u polinomu

$$\psi(n; m_1, m_2, ..., m_n; t) = \prod_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i}\frac{t^j}{j!}$$

pomnožen sa $k!$ Za konkretan slučaj $\overline{P}(4, 4; 4, 2, 2, 1)$ imamo

$$\psi(4; 4, 2, 2, 1; t) = (1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^4}{4!})(1 + t + \frac{t^2}{2!})^2(1 + t) =$$

$$= (1 + t + \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{6} + \frac{t^4}{24})(1 + 2t + 2t^2 + t^3 + \frac{t^4}{4})(1 + t) =$$

$$= (1 + 3t + \frac{9}{2}t^2 + \frac{25}{6}t^3 + \frac{21}{8}t^4 + ...)(1 + t) =$$

$$= 1 + 4t + \frac{15}{2}t^2 + \frac{26}{3}t^3 + \frac{163}{24}t^4 + ...$$

Ovdje su sa tri tačkice označeni članovi višeg reda od $k = 4$, koje svakako ne treba računati ni u međurezultatima, s obzirom da ne utiču na konačni rezultat. Na kraju, traženi broj nizova kuglica iznosi

$$4! \cdot \frac{163}{24} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{163}{24} = 163$$

Ponovo smo dobili isti rezultat. U ovom primjeru, primjena funkcija izvodnica nije baš praktična za ručni rad, jer treba obaviti dosta računanja. Ipak, korištenje funkcija izvodnica pri rješavanju ovog tipa problema traži najmanje razmišljanja (tj. postupak je posve formaliziran i šabloniziran), te je ovaj način rješavanja pogodan za implementaciju na računaru.