Ovo je relativno težak zadatak, zbog prilično nezgodnih ograničenja koja su postavljena. Kako god da se pristupi rješavanju ovog zadatka, biće neophodna njegova podjela na podslučajeve, od kojih će se neki podslučajevi morati i dalje dijeliti na manje podslučajeve, itd. Ovdje će biti opisan jedan od mogućih pristupa.

Na osnovu uvjeta zadatka, sve tražene riječi moraju sadržavati barem dva samoglasnika (i to različita). Kako u riječi "POPOKATEPETL" ima ukupno 5 samoglasnika (dva slova "O", jedno slovo "A" i jedno slovo "E"), slijedi da postoje sljedeće klase dozvoljenih riječi:

– Riječ sadrži 5 samoglasnika i niti jedan suglasnik;
– Riječ sadrži 4 samoglasnika i 1 suglasnik;
– Riječ sadrži 3 samoglasnika i 2 suglasnika;
– Riječ sadrži 2 samoglasnika i 3 suglasnika.

Ove klase je najbolje razmatrati odvojeno. U prvoj klasi, koristimo sve raspoložive samoglasnike (slučajno ih je upravo 5) da formiramo od njih riječ. Ovdje se radi o klasičnim permultacijama sa ponavljanjem skupa $\{O, A, E\}$ u kojima se slova "O" i "E" ponavljaju dvaput, a slovo "A" samo jedanput, odnosno permutacijama multiskupa $\{2\cdot O, 1\cdot A, 2\cdot E\}$. tako da mogućih riječi u prvoj klasi ima

$$\overline{P}(5; 2, 1, 2) = 5! / (2! \cdot 1! \cdot 2!) = (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) / (2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1) = 30.$$

U drugoj klasi, poziciju na kojoj će biti suglasnik možemo izabrati na 5 načina, a sam suglasnik možemo izabrati na 4 načina (s obzirom da postoje 4 različita suglasnika). Preostaje da razmjestimo četiri samoglasnika. Imajući u vidu samoglasnike koji su nam na raspolaganju (uključujući i njihovu brojnost), vidimo da to možemo uraditi tako da uzmemo dva slova "O" i dva slova "E", ili dva slova "O" i po jedno slovo "A" i "E", ili dva slova "E" i po jedno slovo "A" i "O" (u sva tri slučaja ispunjen je uvjet da imamo barem dva različita samoglasnika). Uzmemo li prvu varijantu, razmještaj samoglasnika možemo obaviti na

$$\overline{P}(4; 2, 2) = 4! / (2! \cdot 2!) = (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) / (2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1) = 6$$

načina, s obzirom da se radi o permutacijama multiskupa $\{2\cdot O, 2\cdot E\}$. S druge strane, ukoliko uzmemo drugu ili treću varijantu, razmještaj samoglasnika možemo obaviti na

$$\overline{P}(4; 2, 1, 1) = 4! / (2! \cdot 1! \cdot 1!) = (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) / (2 \cdot 1) = 12$$

načina, s obzirom da se radi o permutacijama multiskupa $\{2\cdot O, 1\cdot A, 1\cdot E\}$ odnosno multiskupa $\{2\cdot E, 1\cdot A, 1\cdot O\}$. Dakle, u skladu sa aditivnim principom, razmještaj samoglasnika možemo obaviti na ukupno

$$6 + 12 + 12 = 30$$

načina. U suštini, ovi razmještaji su zapravo 4-permutacije multiskupa $\{2\cdot O, 1\cdot A, 2\cdot E\}$, s obzirom da sve one zadovoljavaju uvjet da se u njima nalaze barem dva različita samoglasnika. Stoga, njihov broj $\overline{P}(3, 4; 2, 1, 2) = 30$ možemo odrediti na bilo koji od brojnih načina razvijenih za tu svrhu. Konačno, prema multiplikativnom principu, ukupan broj riječi u drugoj klasi iznosi

$$5 \cdot 4 \cdot 30 = 600$$

U trećoj klasi, dvije pozicije na kojoj će biti suglasnici možemo izabrati na $C(5, 2) = (5\cdot 2)/(1\cdot 2) = 10$ načina, s obzirom da imamo 5 raspoloživih pozicija, a poredak dvije izabrane pozicije (od 5 mogućih) ne igra nikakvu ulogu. Sad treba odabrati dva suglasnika koje ćemo rasporediti na te dvije pozicije (koji mogu biti i jednaki). Imamo ukupno 4 različita suglasnika. Kada bi od svakog od ta 4 suglasnika bila barem po dva komada, mogli bismo dva suglasnika izabrati na $\overline{P}(4, 2) = 4^2 = 16$ načina. Međutim, kako imamo samo jedno slovo "K" i jedno slovo "L", varijante "KK" i "LL" nisu dozvoljene, tako da imamo 14 načina za izbor dva suglasnika iz raspoloživih resursa. U načelu, ovi izbori se mogu predstaviti kao

2-permutacije skupa $\{3\cdot P, 1\cdot K, 2\cdot T, 1\cdot L\}$, tako da njihov broj $\overline{P}(4, 2; 3, 1, 2, 1) = 14$ možemo odrediti i na neki drugi način.

Ostaje da razmjestimo tri samoglasnika. Imajući na umu uvjete zadatka, to možemo uraditi ili da uzmemo sva tri različita samoglasnika, ili da uzmemo dva samoglasnika ista a treći samoglasnik različit. Za prvu varijantu, imamo samo jednu mogućnost (izbor samoglasnika "O", "A" i "E"), a možemo ih razmjestiti na ukupno $P(3) = 3! = 6$ načina. U drugoj varijanti, imamo 4 mogućnosti izbora (dva slova "O" i jedno slovo "E", ili dva slova "O" i jedno slovo "A", ili dva slova "E" i jedno slovo "O", ili dva slova "E" i jedno slovo "A"), dok njihov razmještaj možemo obaviti na

$$\overline{P}(3; 2, 1) = 3!\,/\,(2!\cdot 1!) = (3\cdot 2\cdot 1)\,/\,(2\cdot 1) = 3$$

načina, s obzirom da se radi o permutacijama multiskupa koji sadrži dva jednaka elementa i treći koji se razlikuje od njih. Stoga, prema multiplikativnom principu, u drugoj varijanti imamo $4\cdot 3 = 12$ mogućnosti. Slijedi da razmještaj samoglasnika prema aditivnom principu možemo obaviti na

$$6 + 12 = 18$$

načina. Ovi načini su zapravo 3-permutacije multiskupa $\{2\cdot O, 1\cdot A, 2\cdot E\}$, s obzirom da sve one također zadovoljavaju uvjet da se u njima nalaze barem dva različita samoglasnika. Stoga se njihov broj $\overline{P}(3, 3; 2, 1, 2) = 18$ može odrediti i na neki drugi način. Na kraju, kada objedinimo sve što smo dosada zaključili, prema multiplikativnom principu ukupan broj riječi u trećoj klasi iznosi

$$10\cdot 14\cdot 18 = 2520.$$

Konačno, ostaje nam da razmotrimo riječi u četvrtoj klasi. U ovom slučaju ćemo prvo razmjestiti samoglasnike, jer je njih manje (pa će nam biti lakše). Mjesto za dva samoglasnika možemo naći na $C(5, 2) = 10$ načina. Prvi samoglasnik može biti bilo koji od 3 raspoloživa, dok drugi može biti bilo koji od dva preostala, zbog uvjeta da moramo imati barem dva različita samoglasnika. Dakle, izbor samoglasnika možemo obaviti na $3\cdot 2 = 6$ načina. Preostaje da rasporedimo suglasnike. Ovdje imamo tri moguće varijante. Prvo, možemo uzeti sva tri suglasnika različita. Kako imamo 4 različita suglasnika, to možemo uraditi na $P(4, 3) = 4\cdot 3\cdot 2 = 24$ načina. Drugo, možemo uzeti dva suglasnika ista, a treći različit. Suglasnik koji se ponavlja može biti "P" ili "T" (jedino su oni na raspolaganju u više od jednog primjerka), a onaj preostali može biti bilo koji od druga tri suglasnika, tako da izbor suglasnika u ovoj varijanti možemo obaviti na $2\cdot 3 = 6$ načina. Kada smo ih izabrali, njihov razmještaj možemo obaviti na

$$\overline{P}(3; 2, 1) = 3!\,/\,(2!\cdot 1!) = (3\cdot 2\cdot 1)\,/\,(2\cdot 1) = 3$$

načina. Stoga, izbor suglasnika u drugoj varijanti možemo izvršiti na $6\cdot 3 = 18$ načina. U trećoj varijanti možemo uzeti sva tri suglasnika jednaka. Postoji samo jedan način da to izvršimo (uzeti tri slova "P"), jer je jedino slovo "P" zastupljeno tri puta. Dakle, razmještaj suglasnika možemo obaviti na

$$24 + 18 + 1 = 43$$

načina. Ti razmještaji su zapravo 3-permutacije multiskupa $\{3\cdot P, 1\cdot K, 2\cdot T, 1\cdot L\}$, tako da se njihov broj $\overline{P}(4, 3; 3, 1, 2, 1) = 43$ može odrediti i na neki drugi način. U svakom slučaju, prema multiplikativnom principu, ukupan broj riječi u četvrtoj klasi iznosi

$$10\cdot 6\cdot 43 = 2580$$

Kada sve rezimiramo, ukupan broj traženih riječi iznosi

$$30 + 600 + 2520 + 2580 = 5730$$