

Uvedimo sljedeće predikate:

$P(x)$  –  $x$  je dežurni oficir

$Q(x, y)$  – osoba  $x$  pregleda urednost osobe  $y$

$R(x)$  –  $x$  izlazi iz kasarne

$S(x)$  –  $x$  je viši oficir

$T(x)$  –  $x$  je neuredan

Tvrdnju “Dežurni oficir pregleda urednost svih osoba koje izlaze iz kasarne a nisu viši oficiri” možemo zapisati kao:

$$\forall x (R(x) \wedge \neg S(x) \Rightarrow \exists y (P(y) \wedge Q(y, x)))$$

Tvrdnju “Neke osobe koje su izlazile iz kasarne neuredne bile su pregledane isključivo od neurednih osoba” možemo zapisati kao:

$$\exists x (R(x) \wedge T(x) \wedge \forall y (Q(y, x) \Rightarrow T(y)))$$

Tvrdnju “Niti jedan viši oficir nije neuredan” možemo zapisati kao:

$$\forall x (S(x) \Rightarrow \neg T(x))$$

Zaključak “Neki dežurni oficiri su neuredni” možemo zapisati kao:

$$\exists x (P(x) \wedge T(x))$$

Konačno, čitavo rezonovanje možemo zapisati kao:

$$\forall x (R(x) \wedge \neg S(x) \Rightarrow \exists y (P(y) \wedge Q(y, x))), \exists x (R(x) \wedge T(x) \wedge \forall y (Q(y, x) \Rightarrow T(y))), \\ \forall x (S(x) \Rightarrow \neg T(x)) \vdash \exists x (P(x) \wedge T(x))$$

Rezonovanje je korektno ukoliko je sljedeći izraz valjan:

$$\forall x (R(x) \wedge \neg S(x) \Rightarrow \exists y (P(y) \wedge Q(y, x))) \wedge \exists x (R(x) \wedge T(x) \wedge \forall y (Q(y, x) \Rightarrow T(y))) \wedge \\ \wedge \forall x (S(x) \Rightarrow \neg T(x)) \Rightarrow \exists x (P(x) \wedge T(x))$$

Valjanost ovog izraza je ekvivalentna kontradiktornosti njegove negacije, koja glasi

$$\forall x (R(x) \wedge \neg S(x) \Rightarrow \exists y (P(y) \wedge Q(y, x))) \wedge \exists x (R(x) \wedge T(x) \wedge \forall y (Q(y, x) \Rightarrow T(y))) \wedge \\ \wedge \forall x (S(x) \Rightarrow \neg T(x)) \wedge \neg \exists x (P(x) \wedge T(x))$$

Ovaj izraz ima oblik  $F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge F_4$ . Svedimo svaku od klauza  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  i  $F_4$  na preneks normalnu formu, uz dodatno oslobađanje od implikacija:

$$F_1 = \forall x (R(x) \wedge \neg S(x) \Rightarrow \exists y (P(y) \wedge Q(y, x))) = \forall x (\neg R(x) \vee S(x) \vee \exists y (P(y) \wedge Q(y, x))) \\ = \forall x \exists y (\neg R(x) \vee S(x) \vee (P(y) \wedge Q(y, x)))$$

$$F_2 = \exists x (R(x) \wedge T(x) \wedge \forall y (Q(y, x) \Rightarrow T(y))) = \exists x (R(x) \wedge T(x) \wedge \forall y (\neg Q(y, x) \vee T(y))) = \\ = \exists x \forall y (R(x) \wedge T(x) \wedge (\neg Q(y, x) \vee T(y)))$$

$$F_3 = \forall x (S(x) \Rightarrow \neg T(x)) = \forall x (\neg S(x) \vee \neg T(x))$$

$$F_4 = \neg \exists x (P(x) \wedge T(x)) = \forall x \neg (P(x) \wedge T(x)) = \forall x (\neg P(x) \vee \neg T(x))$$

Potražimo sada odbijenicu za ovaj skup klauza:

- |                                                                              |                                    |
|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| (1) $\exists x \forall y (R(x) \wedge T(x) \wedge (\neg Q(y, x) \vee T(y)))$ | (F <sub>2</sub> )                  |
| (2) $\forall y (R(a) \wedge T(a) \wedge (\neg Q(y, a) \vee T(y)))$           | (EI iz (1) uz $x \rightarrow a$ )  |
| (3) $\forall x \exists y (\neg R(x) \vee S(x) \vee (P(y) \wedge Q(y, x)))$   | (F <sub>1</sub> )                  |
| (4) $\exists y (\neg R(a) \vee S(a) \vee (P(y) \wedge Q(y, a)))$             | (UI iz (3) uz $x \rightarrow a$ )  |
| (5) $\neg R(a) \vee S(a) \vee (P(b) \wedge Q(b, a))$                         | (EI iz (4) uz $y \rightarrow b$ )  |
| (6) $R(a) \wedge T(a) \wedge (\neg Q(b, a) \vee T(b))$                       | (UI iz (2) uz $y \rightarrow b$ )  |
| (7) $R(a)$                                                                   | (logička posljedica (6))           |
| (8) $S(a) \vee (P(b) \wedge Q(b, a))$                                        | (rezolucija iz (5) i (7))          |
| (9) $\forall x (\neg S(x) \vee \neg T(x))$                                   | (F <sub>3</sub> )                  |
| (10) $\neg S(a) \vee \neg T(a)$                                              | (UI iz (9) uz $x \rightarrow a$ )  |
| (11) $T(a)$                                                                  | (logička posljedica (6))           |
| (12) $\neg S(a)$                                                             | (rezolucija iz (10) i (11))        |
| (13) $P(b) \wedge Q(b, a)$                                                   | (rezolucija iz (8) i (12))         |
| (14) $\neg Q(b, a) \vee T(b)$                                                | (logička posljedica (6))           |
| (15) $Q(b, a)$                                                               | (logička posljedica (13))          |
| (16) $T(b)$                                                                  | (rezolucija iz (14) i (15))        |
| (17) $\forall x (\neg P(x) \vee \neg T(x))$                                  | (F <sub>4</sub> )                  |
| (18) $\neg P(b) \vee \neg T(b)$                                              | (UI iz (17) uz $x \rightarrow b$ ) |
| (19) $P(b)$                                                                  | (logička posljedica (13))          |
| (20) $\neg T(b)$                                                             | (rezolucija iz (18) i (19))        |

(16) i (20) su kontradiktorni, te formiraju traženu odbijenicu. Ovim je pokazana valjanost razmatranog rezonovanja.