

Uvedimo sljedeće predikate:

$P(x)$ – x je morski pas

$Q(x)$ – x je mekušac

$R(x, y)$ – x je ulovio y

$S(x)$ – x je velika bijela riba

$T(x)$ – x živi u dubokoj vodi

$U(x)$ – x nije imao sreće u životu

Uz ovakve oznake, hipoteze se mogu zapisati redom kao:

$$\begin{aligned} & \forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y))) \\ & \quad \forall x (S(x) \Rightarrow P(x)) \\ & \quad \exists x (S(x) \wedge T(x)) \\ & \forall x (Q(x) \wedge \exists y (T(y) \wedge R(y, x)) \Rightarrow U(x)) \end{aligned}$$

S druge strane, zaključak se može zapisati kao:

$$\exists x (Q(x) \wedge U(x))$$

Slijedi da čitavo rezonovanje možemo zapisati u obliku:

$$\begin{aligned} & \forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y))), \forall x (S(x) \Rightarrow P(x)), \exists x (S(x) \wedge T(x)), \\ & \quad \forall x (Q(x) \wedge \exists y (T(y) \wedge R(y, x)) \Rightarrow U(x)) \not\vdash \exists x (Q(x) \wedge U(x)) \end{aligned}$$

Drugim riječima, sljedeći izraz mora biti valjan:

$$\begin{aligned} & \forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y))) \wedge \forall x (S(x) \Rightarrow P(x)) \wedge \exists x (S(x) \wedge T(x)) \wedge \\ & \quad \wedge \forall x (Q(x) \wedge \exists y (T(y) \wedge R(y, x)) \Rightarrow U(x)) \Rightarrow \exists x (Q(x) \wedge U(x)) \end{aligned}$$

Ovaj izraz je valjan ako je njegova negacija kontradiktorna. Njegova negacija glasi:

$$\begin{aligned} & \forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y))) \wedge \forall x (S(x) \Rightarrow P(x)) \wedge \exists x (S(x) \wedge T(x)) \wedge \\ & \quad \wedge \forall x (Q(x) \wedge \exists y (T(y) \wedge R(y, x)) \Rightarrow U(x)) \wedge \neg \exists x (Q(x) \wedge U(x)) \end{aligned}$$

Dobijeni izraz ima oblik $F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge F_4 \wedge F_5$. Pretvorimo sve klauze $F_1 - F_5$ u preneks normalnu formu, uz oslobađanje od implikacija:

$$\begin{aligned} F_1 &= \forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y))) = \forall x (\neg P(x) \vee \exists y (Q(y) \wedge R(x, y))) = \\ & \quad = \forall x \exists y (\neg P(x) \vee (Q(y) \wedge R(x, y))) \end{aligned}$$

$$F_2 = \forall x (S(x) \Rightarrow P(x)) = \forall x (\neg S(x) \vee P(x))$$

$$F_3 = \exists x (S(x) \wedge T(x)) \quad (\text{nema se šta raditi})$$

$$\begin{aligned} F_4 &= \forall x (Q(x) \wedge \exists y (T(y) \wedge R(y, x)) \Rightarrow U(x)) = \forall x (\neg(Q(x) \wedge \exists y (T(y) \wedge R(y, x))) \vee U(x)) = \\ & \quad = \forall x (\neg Q(x) \vee \neg \exists y (T(y) \wedge R(y, x)) \vee U(x)) = \forall x (\neg Q(x) \vee \forall y \neg(T(y) \wedge R(y, x)) \vee U(x)) = \\ & \quad = \forall x (\neg Q(x) \vee \forall y (\neg T(y) \vee \neg R(y, x)) \vee U(x)) = \forall x \forall y (\neg Q(x) \vee \neg T(y) \vee \neg R(y, x) \vee U(x)) \end{aligned}$$

$$F_5 = \neg \exists x (Q(x) \wedge U(x)) = \forall x \neg(Q(x) \wedge U(x)) = \forall x (\neg Q(x) \vee \neg U(x))$$

Konačno, potražimo odbijenicu za skup klauza $F_1 - F_5$:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \forall x \exists y (\neg P(x) \vee (Q(y) \wedge R(x, y))) & (F_1) \\ (2) \quad & \forall x (\neg S(x) \vee P(x)) & (F_2) \\ (3) \quad & \exists x (S(x) \wedge T(x)) & (F_3) \end{aligned}$$

(4)	$\forall x \forall y (\neg Q(x) \vee \neg T(y) \vee \neg R(y, x) \vee U(x))$	(F ₄)
(5)	$\forall x (\neg Q(x) \vee \neg U(x))$	(F ₅)
(6)	$S(a) \wedge T(a)$	(EI iz (3) uz $x \rightarrow a$)
(7)	$\neg S(a) \vee P(a)$	(UI iz (2) uz $x \rightarrow a$)
(8)	$S(a)$	(logička posljedica (6))
(9)	$P(a)$	(rezolucija iz (7) i (8))
(10)	$\exists y (\neg P(a) \vee (Q(y) \wedge R(a, y)))$	(UI iz (1) uz $x \rightarrow a$)
(11)	$\neg P(a) \vee (Q(b) \wedge R(a, b))$	(EI iz (10) uz $y \rightarrow b$)
(12)	$Q(b) \wedge R(a, b)$	(rezolucija iz (9) i (11))
(13)	$\forall y (\neg Q(b) \vee \neg T(y) \vee \neg R(y, b) \vee U(b))$	(UI iz (4) uz $x \rightarrow b$)
(14)	$\neg Q(b) \vee \neg T(a) \vee \neg R(a, b) \vee U(b)$	(UI iz (13) uz $y \rightarrow a$)
(15)	$Q(b)$	(logička posljedica (12))
(16)	$\neg T(a) \vee \neg R(a, b) \vee U(b)$	(rezolucija iz (14) i (15))
(17)	$R(a, b)$	(logička posljedica (12))
(18)	$\neg T(a) \vee U(b)$	(rezolucija iz (16) i (17))
(19)	$T(a)$	(logička posljedica (6))
(20)	$U(b)$	(rezolucija iz (18) i (19))
(21)	$\neg Q(b) \vee \neg U(b)$	(UI iz (5) uz $x \rightarrow b$)
(22)	$\neg Q(b)$	(rezolucija iz (20) i (21))

Stavke (15) i (22) su kontradiktorne. Stoga je negacija polaznog izraza kontradiktorna, odnosno polazni izraz je valjan. Time je pokazana ispravnost provedenog rezonovanja.