

Uvedimo sljedeće predikate:

$P(x)$ – x je roditelj

$Q(x)$ – x je strpljiv

$R(x)$ – x je nesebičan

$S(x)$ – x ima veliki broj prijatelja.

Tvrdnju “Svaki roditelj je strpljiv” zapisujemo kao

$$\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))$$

Tvrdnju “Svako ko je strpljiv i nesebičan ima veliki broj prijatelja” zapisujemo kao

$$\forall x (Q(x) \wedge R(x) \Rightarrow S(x))$$

Sada ako subjekt “Jasna” označimo kao element a iz domena predikata, traženo rezonovanje možemo zapisati u obliku

$$\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x)), \forall x (Q(x) \wedge R(x) \Rightarrow S(x)), P(a), R(a) \not\models S(a)$$

Drugim riječima, sljedeći izraz treba biti valjan:

$$\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \forall x (Q(x) \wedge R(x) \Rightarrow S(x)) \wedge P(a) \wedge R(a) \Rightarrow S(a)$$

Ovaj izraz je valjan ako je njegova negacija kontradiktorna. Stoga, nađimo njegovu negaciju (uz oslobađanje od implikacija):

$$\begin{aligned} & \neg(\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \forall x (Q(x) \wedge R(x) \Rightarrow S(x)) \wedge P(a) \wedge R(a) \Rightarrow S(a)) = \\ & = \forall x (P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \forall x (Q(x) \wedge R(x) \Rightarrow S(x)) \wedge P(a) \wedge R(a) \wedge \neg S(a) = \\ & = \forall x (\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall x (\neg(Q(x) \wedge R(x)) \vee S(x)) \wedge P(a) \wedge R(a) \wedge \neg S(a) = \\ & = \forall x (\neg P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall x (\neg Q(x) \vee \neg R(x) \vee S(x)) \wedge P(a) \wedge R(a) \wedge \neg S(a) \end{aligned}$$

Dobijeni izraz ima oblik konjunkcije klauza $F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge F_4 \wedge F_5$ pri čemu je $F_1 = \forall x (\neg P(x) \vee Q(x))$, $F_2 = \forall x (\neg Q(x) \vee \neg R(x) \vee S(x))$, $F_3 = P(a)$, $F_4 = R(a)$ i $F_5 = \neg S(a)$. Pored toga, sve klauze $F_1 - F_5$ su u preneks normalnoj formi. Pokažimo sada kontradiktornost ovog izraza:

- | | |
|--|-----------------------------------|
| (1) $\forall x (\neg P(x) \vee Q(x))$ | (F ₁) |
| (2) $\neg P(a) \vee Q(a)$ | (UI iz (1) uz $x \rightarrow a$) |
| (3) $\forall x (\neg Q(x) \vee \neg R(x) \vee S(x))$ | (F ₂) |
| (4) $\neg Q(a) \vee \neg R(a) \vee S(a)$ | (UI iz (3) uz $x \rightarrow a$) |
| (5) $\neg P(a) \vee \neg R(a) \vee S(a)$ | (rezolucija iz (2) i (4)) |
| (6) $P(a)$ | (F ₃) |
| (7) $\neg R(a) \vee S(a)$ | (rezolucija iz (5) i (6)) |
| (8) $R(a)$ | (F ₄) |
| (9) $S(a)$ | (rezolucija iz (7) i (8)) |
| (10) $\neg S(a)$ | (F ₅) |

Izrazi (9) i (10) su kontradiktorni, te formiraju traženu odbijenicu (zapravo, kontradiktorni su već izrazi (2), (4), (6), (8) i (10)).