a) Nađimo prvo negaciju datog izraza:

$$\neg(\exists x\,\forall y\,(\mathrm{P}(y) \Leftrightarrow (x = y)) \Rightarrow \exists x\,\mathrm{P}(x)) = \exists x\,\forall y\,(\mathrm{P}(y) \Leftrightarrow (x = y)) \wedge \neg\exists x\,\mathrm{P}(x) =$$
$$= \exists x\,\forall y\,(\mathrm{P}(y) \Leftrightarrow (x = y)) \wedge \forall x\,\neg\mathrm{P}(x)$$

Dobijeni izraz ima oblik $F_1 \wedge F_2$ gdje su klauze $F_1 = \exists x\,\forall y\,(\mathrm{P}(y) \Leftrightarrow (x = y))$ i $F_2 = \forall x\,\neg\mathrm{P}(x)$ u preneks normalnoj formi (mogli smo se osloboditi i operacije ekvivalencije, ali se bez tog oslobađanja u ovom primjeru brže dolazi do rješenja). Potražimo odbijenicu za ovaj izraz:

(1) $\exists x\,\forall y\,(\mathrm{P}(y) \Leftrightarrow (x = y))$	(F_1)
(2) $\forall y\,(\mathrm{P}(y) \Leftrightarrow (a = y))$	(EI iz (1) uz $x \to a$)
(3) $\mathrm{P}(a) \Leftrightarrow (a = a)$	(UI iz (2) uz $x \to a$)
(4) $\mathrm{P}(a)$	(logička posljedica (3), jer je $a = a$ tačno)
(5) $\forall x\,\neg\mathrm{P}(x)$	(F_2)
(6) $\neg\mathrm{P}(a)$	(UI iz (5) uz $x \to a$)

(4) i (6) formiraju odbijenicu, jer su kontradiktorni. Stoga je polazni izraz valjan.

b) Nađimo prvo negaciju datog izraza (uz izvjesne dopunske radnje)

$$\neg(\exists x\,\mathrm{P}(x) \wedge \forall x\,\forall y\,((\mathrm{P}(x) \wedge \mathrm{P}(y)) \Rightarrow (x = y)) \Rightarrow \exists x\,\forall y\,(\mathrm{P}(y) \Rightarrow (x = y))) =$$
$$= \exists x\,\mathrm{P}(x) \wedge \forall x\,\forall y\,((\mathrm{P}(x) \wedge \mathrm{P}(y)) \Rightarrow (x = y)) \wedge \neg\exists x\,\forall y\,(\mathrm{P}(y) \Rightarrow (x = y)) =$$
$$= \exists x\,\mathrm{P}(x) \wedge \forall x\,\forall y\,((\mathrm{P}(x) \wedge \mathrm{P}(y)) \Rightarrow (x = y)) \wedge \forall x\,\exists y\,\neg(\mathrm{P}(y) \Rightarrow (x = y)) =$$
$$= \exists x\,\mathrm{P}(x) \wedge \forall x\,\forall y\,((\mathrm{P}(x) \wedge \mathrm{P}(y)) \Rightarrow (x = y)) \wedge \forall x\,\exists y\,(\mathrm{P}(y) \wedge \neg(x = y)) =$$
$$= \exists x\,\mathrm{P}(x) \wedge \forall x\,\forall y\,(\neg(\mathrm{P}(x) \wedge \mathrm{P}(y)) \vee (x = y)) \wedge \forall x\,\exists y\,(\mathrm{P}(y) \wedge \neg(x = y)) =$$
$$= \exists x\,\mathrm{P}(x) \wedge \forall x\,\forall y\,(\neg\mathrm{P}(x) \vee \neg\mathrm{P}(y) \vee (x = y)) \wedge \forall x\,\exists y\,(\mathrm{P}(y) \wedge \neg(x = y))$$

Dobijeni izraz ima oblik $F_1 \wedge F_2 \wedge F_3$ gdje su sve klauze $F_1 - F_3$ u preneks normalnoj formi: $F_1 = \exists x\,\mathrm{P}(x)$, $F_2 = \forall x\,\forall y\,(\neg\mathrm{P}(x) \vee \neg\mathrm{P}(y) \vee (x = y))$ i $F_3 = \forall x\,\exists y\,(\mathrm{P}(y) \wedge \neg(x = y))$. Potražimo sada odbijenicu za ovaj izraz:

(1) $\exists x\,\mathrm{P}(x)$	(F_1)
(2) $\mathrm{P}(a)$	(EI iz (1) uz $x \to a$)
(3) $\forall x\,\forall y\,(\neg\mathrm{P}(x) \vee \neg\mathrm{P}(y) \vee (x = y))$	(F_2)
(4) $\forall y\,(\neg\mathrm{P}(a) \vee \neg\mathrm{P}(y) \vee (a = y))$	(UI iz (3) uz $x \to a$)
(5) $\forall x\,\exists y\,(\mathrm{P}(y) \wedge \neg(x = y))$	(F_3)
(6) $\exists y\,(\mathrm{P}(y) \wedge \neg(a = y))$	(UI iz (5) uz $x \to a$)
(7) $\mathrm{P}(b) \wedge \neg(a = b)$	(EI iz (6) uz $y \to b$)
(8) $\neg\mathrm{P}(a) \vee \neg\mathrm{P}(b) \vee (a = b)$	(UI iz (4) uz $y \to b$)
(9) $\neg\mathrm{P}(b) \vee (a = b)$	(rezolucija iz (2) i (8))
(10) $\mathrm{P}(b)$	(logička posljedica (7))
(11) $\neg(a = b)$	(logička posljedica (7))
(12) $\neg\mathrm{P}(b)$	(rezolucija iz (10) i (12))

(10) i (12) su međusobno kontradiktorni, te formiraju traženu odbijenicu (zapravo, međusobno su kontradiktorni već izrazi (2), (7) i (8), samo što se to ne vidi odmah). Time je pokazana valjanost polaznog izraza.