

Nađimo prvo preneks normalnu formu zadanog izraza:

$$\begin{aligned}\forall x \forall y (P(x, y, f(x, y)) \Rightarrow \exists z P(x, y, z)) &= \forall x \forall y (\neg P(x, y, f(x, y)) \vee \exists z P(x, y, z)) = \\ &= \forall x \forall y \exists z (\neg P(x, y, f(x, y)) \vee P(x, y, z))\end{aligned}$$

Ovaj izraz je valjan ako je njegova negacija kontradiktorna, stoga nađimo njegovu negaciju.

$$\begin{aligned}\neg \forall x \forall y \exists z (\neg P(x, y, f(x, y)) \vee P(x, y, z)) &= \exists x \exists y \forall z \neg (\neg P(x, y, f(x, y)) \vee P(x, y, z)) = \\ &= \exists x \exists y \forall z (P(x, y, f(x, y)) \wedge \neg P(x, y, z))\end{aligned}$$

Dobijeni izraz u je u preneks formi, i sastoji se samo od jedne klauze. Potražimo odbijenicu za ovu klauzu:

- | | |
|---|---|
| (1) $\exists x \exists y \forall z (P(x, y, f(x, y)) \wedge \neg P(x, y, z))$ | |
| (2) $\exists y \forall z (P(a, y, f(a, y)) \wedge \neg P(a, y, z))$ | (EI iz (1) uz $x \rightarrow a$) |
| (3) $\forall z (P(a, b, f(a, b)) \wedge \neg P(a, b, z))$ | (EI iz (2) uz $y \rightarrow b$) |
| (4) $P(a, b, f(a, b)) \wedge \neg P(a, b, f(a, b))$ | (UI iz (3) uz $z \rightarrow f(a, b)$) |

(4) je kontradikcija, čime smo pokazali kontradiktornost. Dakle, polazni izraz je valjan.