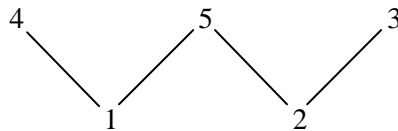


Da bismo pokazali da je \mathcal{R} relacija poretka, trebamo pokazati da je antisimetrična i tranzitivna. Da je relacija antisimetrična lako se uviđa, jer lako se vidi da kad god je $(x, y) \in \mathcal{R}$ tada sigurno nije $(y, x) \in \mathcal{R}$, osim možda za $x = y$ (npr. imamo $(1, 4) \in \mathcal{R}$ i $(4, 1) \notin \mathcal{R}$). Da bismo pokazali tranzitivnost, treba pokazati da kad god je $(x, y) \in \mathcal{R}$ i $(y, z) \in \mathcal{R}$ da tada vrijedi i $(x, z) \in \mathcal{R}$. Pri tome se pri testiranju slobodno mogu preskočiti parovi za koje je $x = y$ ili za koje je $y = z$. Zaista, ukoliko je $x = y$ ili $y = z$, tada iz $(x, y) \in \mathcal{R}$ i $(y, z) \in \mathcal{R}$ svakako slijedi $(x, z) \in \mathcal{R}$, tako da je za takve parove uvjet tranzitivnosti uvijek ispunjen. Međutim, ako malo bolje pogledamo, vidjećemo da u ovoj relaciji uopće ne mogu naći dva para (x, y) i (y, z) takvi da je $x \neq y$ i $y \neq z$ a da je pri tome $(x, y) \in \mathcal{R}$ i $(y, z) \in \mathcal{R}$. Stoga je uvjet tranzitivnosti u cjelini ispunjen, s obzirom da je implikacija tačna kad god je hipoteza implikacije netačna. Slijedi da je ova relacija zaista relacija poretka.

Minimalni elementi uređenog skupa (A, \mathcal{R}) su svi elementi $a \in A$ takvi da ni za jedan element $x \in A$ ne vrijedi $x \preceq a$, odnosno takvi da ne postoji niti jedan element “ispred” njih, a to su očito 1 i 2. Isto tako, maksimalni elementi uređenog skupa (A, \mathcal{R}) su svi elementi $a \in A$ takvi da ni za jedan element $x \in A$ ne vrijedi $a \preceq x$, odnosno takvi da ne postoji niti jedan element “iza” njih. To su očigledno 3, 4 i 5. Ovo sve postaje još vidljivije ukoliko nacrtamo Hesseov dijagram relacije \mathcal{R} (pri čemu po konvenciji smatramo da su strelice usmjerene nagore):



Isto tako, vidljivo je da ovaj uređeni skup nema ni najmanjeg ni najvećeg elementa. Naime, najmanji element bi bio element $a \in A$ takav da za sve elemente $x \in A$ vrijedi $a \preceq x$, tj. element koji je “ispred” svih ostalih elementata. Očigledno takvog elementa nema (a ne može ga ni biti čim postoji više minimalnih elemenata). Isto tako, najveći element bi bio element $a \in A$ takav da za sve elemente $x \in A$ vrijedi $x \preceq a$, tj. element koji je “iza” svih ostalih elementata. Očigledno, ni takvog elementa nema.

Po definiciji je infimum “najveća” donja granica (u odnosu na dati poredak), a donje granice su svi elementi koji su “ispred” svih elemenata datog skupa. Skup $\{1, 2\}$ nema donju granicu (jer nema elemenata koji su ispred i elementa 1 i elementa 2) pa nema ni najveću donju granicu, odnosno $\inf \{1, 2\}$ ne postoji (odgovor da je $\inf \{1, 2\}$ prazan skup je *netačan*, jer je infimum nekog skupa *element a ne skup*). S druge strane, jedina donja granica skupa $\{4, 5\}$ je element 1, pa je on ujedno i infimum od $\{4, 5\}$. Dakle, $\inf \{4, 5\} = 1$. Analogno, supremum je “najmanja” gornja granica, a gornje granice su svi elementi koji su “iza” svih elemenata datog skupa. Jedina gornja granica skupa $\{1, 2\}$ je 5, tako da je $\sup \{1, 2\} = 5$. S druge strane, skup $\{4, 5\}$ nema gornjih granica, pa $\sup \{4, 5\}$ ne postoji.