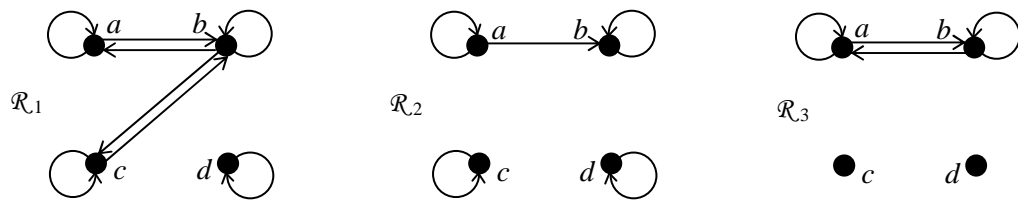


Do rješenja je najlakše doći ukoliko se ove relacije predstave grafički:



Odavde odmah vidimo sljedeće:

- Relacija \mathcal{R}_3 nije refleksivna, jer elementi c i d nisu u relaciji sa samim sobom, dok su relacije \mathcal{R}_1 i \mathcal{R}_2 refleksivne (nad svakim čvorom nalazi se petlja);
- Relacija \mathcal{R}_2 nije simetrična, jer je $a \mathcal{R}_2 b$, a nije $b \mathcal{R}_2 a$, dok su relacije \mathcal{R}_1 i \mathcal{R}_3 simetrične (kad god postoji strelica od x do y , postoji i strelica od y do x);
- Relacija \mathcal{R}_1 nije tranzitivna, jer je $a \mathcal{R}_1 b$ i $b \mathcal{R}_1 c$ a nije $a \mathcal{R}_1 c$, dok su relacije \mathcal{R}_2 i \mathcal{R}_3 tranzitivne (kad god postoji put od nekog čvora x do drugog čvora y u smjeru strelica, postoji i direktna strelica koja spaja x i y).

Pokažimo kako do istog zaključka možemo doći uz pomoć relacionih matrica. Naime, matrice koje odgovaraju ovim relacijama glase:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vidimo da relacija \mathcal{R}_3 nije refleksivna, jer matrica M_3 nema sve jedinice na glavnoj dijagonali, dok relacije \mathcal{R}_1 i \mathcal{R}_2 jesu refleksivne. Također, vidimo da relacija \mathcal{R}_2 nije simetrična jer matrica M_2 nije simetrična, dok relacije \mathcal{R}_1 i \mathcal{R}_3 jesu simetrične. Da bismo ispitali tranzitivnost, možemo naći matrice $M_1^{<2>}$, $M_2^{<2>}$ i $M_3^{<2>}$ koje će nam pomoći da zaključimo kakve su relacije \mathcal{R}_1^2 , \mathcal{R}_2^2 i \mathcal{R}_3^2 u odnosu na relacije \mathcal{R}_1 , \mathcal{R}_2 i \mathcal{R}_3 :

$$M_1^{<2>} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_2^{<2>} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_3^{<2>} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vidimo da relacija \mathcal{R}_1 nije tranzitivna, jer ne vrijedi $\mathcal{R}_1^2 \subseteq \mathcal{R}_1$. Zaista, vidimo da $(a, c) \in \mathcal{R}_1^2$ iako $(a, c) \notin \mathcal{R}_1$, tako da \mathcal{R}_1^2 nije podskup od \mathcal{R}_1 . S druge strane, relacije \mathcal{R}_2 i \mathcal{R}_3 su tranzitivne, jer vrijedi $\mathcal{R}_2^2 \subseteq \mathcal{R}_2$ i $\mathcal{R}_3^2 \subseteq \mathcal{R}_3$ (zapravo je $\mathcal{R}_2^2 = \mathcal{R}_2$ i $\mathcal{R}_3^2 = \mathcal{R}_3$).