

Pravilo [13]:

Pokažimo prvo da je  $X \wedge X = X$ :

$$\begin{aligned} X \wedge X &= && [ \perp \text{ kao neutralni element za disjunkciju } ] \\ &= (X \wedge X) \vee \perp = && [ \text{Neprotivrječnost} ] \\ &= (X \wedge X) \vee (X \wedge \overline{X}) = && [ \text{Distributivnost konjunkcije prema disjunkciji} ] \\ &= X \wedge (X \vee \overline{X}) = && [ \text{Isključenje trećeg} ] \\ &= X \wedge \top = && [ \top \text{ kao neutralni element za konjunkciju} ] \\ &= X \end{aligned}$$

Tvrđenje za  $n$  članova sada slijedi iz principa matematičke indukcije. Naime, vidjeli smo da tvrđenje vrijedi za  $n = 2$ . Pretpostavimo sada da tvrđenje vrijedi za  $k$  članova, tj. da je  $X \wedge X \wedge \dots \wedge X = X$  pri čemu sa lijeve strane znaka jednakosti ima  $k$  članova. Ispitajmo šta se dešava uzmemo li  $k+1$  članova:

$$\begin{aligned} X \wedge X \wedge \dots \wedge X \wedge X &= && [ \text{Asocijativnost konjunkcije} ] \\ &= (X \wedge X \wedge \dots \wedge X) \wedge X = && [ \text{Induktivna hipoteza} ] \\ &= X \wedge X = && [ \text{Već dokazano} ] \\ &= X \end{aligned}$$

Slijedi da je tvrđenje tačno i za  $k+1$  članova, tako da je tačno za svako  $n \geq 2$ .

Pravilo [14]:

Pokažimo prvo da je  $X \vee X = X$ :

$$\begin{aligned} X \vee X &= && [ \top \text{ kao neutralni element za konjunkciju} ] \\ &= (X \vee X) \wedge \top = && [ \text{Isključenje trećeg} ] \\ &= (X \vee X) \wedge (X \vee \overline{X}) = && [ \text{Distributivnost disjunkcije prema konjunkciji} ] \\ &= X \vee (X \wedge \overline{X}) = && [ \text{Neprotivrječnost} ] \\ &= X \vee \perp = && [ \perp \text{ kao neutralni element za disjunkciju} ] \\ &= X \end{aligned}$$

Slučaj sa  $n$  članova dokazuje se identično kao kod pravila [13].

Pravilo [17]:

$$\begin{aligned} X(X \vee Y) &= && [ \perp \text{ kao neutralni element za disjunkciju} ] \\ &= (X \vee \perp) \wedge (X \vee Y) = && [ \text{Distributivnost disjunkcije prema konjunkciji} ] \\ &= X \vee (\perp \wedge Y) = && [ \text{Komutativnost konjunkcije} ] \\ &= X \vee (Y \wedge \perp) = && [ \perp \text{ kao neutralni element za disjunkciju} ] \\ &= X \vee ((Y \wedge \perp) \vee \perp) = && [ \text{Neprotivrječnost} ] \\ &= X \vee ((Y \wedge \perp) \vee (Y \wedge \overline{Y})) = && [ \text{Distributivnost konjunkcije prema disjunkciji} ] \\ &= X \vee (Y \wedge (\perp \vee \overline{Y})) = && [ \text{Komutativnost disjunkcije} ] \\ &= X \vee (Y \wedge (\overline{Y} \vee \perp)) = && [ \perp \text{ kao neutralni element za disjunkciju} ] \\ &= X \vee (Y \wedge \overline{Y}) = && [ \text{Neprotivrječnost} ] \\ &= X \vee \perp = && [ \perp \text{ kao neutralni element za disjunkciju} ] \\ &= X \end{aligned}$$

Pravilo [21]:

$$\begin{aligned} X \vee \overline{X} Y &= && [ \text{Distributivnost disjunkcije prema konjunkciji} ] \\ &= (X \vee \overline{X}) \wedge (X \vee Y) = && [ \text{Isključenje trećeg} ] \\ &= \top \wedge (X \vee Y) = && [ \text{Komutativnost konjunkcije} ] \\ &= (X \vee Y) \wedge \top = && [ \top \text{ kao neutralni element za konjunkciju} ] \\ &= X \vee Y \end{aligned}$$