U postavci ovog zadatka namjerno je napravljena jedna jezička “zvrčka”, čisto sa ciljem ukazivanja na nezgodnu činjenicu da kolokvijalno izražavanje koje se koristi u svakodnevnom govoru i precizno matematsko izražavanje nisu uvijek posve usklađeni. Stoga će ovaj zadatak biti temeljito proanaliziran. Uvedimo logičke promjenljive sa sljedećim značenjem:

A – Gospodin Bosanković će ići na more
B – Gospodin Bosanković će ići na selo
C – Gospodin Bosanković ima dovoljno novca
D – Gospodin Bosanković je radio prekovremeno
E – Gospodin Bosanković je dobio premiju na sportskoj prognozi
F – Gospodin Bosanković će se sresti sa širom rodbinom

Hipoteza “Gospodin Bosanković će ići ili na more ili na selo, ali ne i na jedno i na drugo mjesto” može se bez ikakve dileme zapisati kao $A \veebar B$. Hipoteza “Gospodin Bosanković će ići na more ukoliko bude imao dovoljno novca” također se može nedvosmisleno zapisati kao $C \Rightarrow A$. Također, dvije posljednje hipoteze “Ukoliko gospodin Bosanković ne ode na selo, neće se sresti sa širom rodbinom” i “Gospodin Bosanković je radio prekovremeno” mogu se nedvosmisleno zapisati respektivno kao $\overline{B} \Rightarrow \overline{F}$ odnosno kao D.

Problemi nastaju oko interpretacije hipoteze “Da bi gospodin Bosanković imao dovoljno novca, potrebno je da radi prekovremeno, ili da dobije premiju na sportskoj prognozi”. Matematički preciznu interpretaciju ove hipoteze ovako kako je izrečena razmotrićemo malo kasnije. Međutim, obični sagovornik će ovu hipotezu gotovo sigurno protumačiti ovako: “Ukoliko gospodin Bosanković bude radio prekovremeno ili ukoliko dobije premiju na sportskoj prognozi, tada će imati dovoljno novca; s druge strane, ukoliko ne bude niti radio prekovremeno niti bude dobio premiju na sportskoj prognozi, tada neće imati dovoljno novca”. Drugim riječima, sa ovako izrečenom hipotezom u kolokvijalnom govoru, činjenica da gospodin Bosanković ima dovoljno novca i činjenica da je radio prekovremeno ili da je dobio premiju na sportskoj prognozi smatraju se ekvivalentnim (vidjećemo uskoro da je strogo matematičko tumačenje izrečene hipoteze nešto drugačije). Odavde slijedi da, prema kolokvijalnoj interpretaciji, iskazanu hipotezu možemo zapisati kao $D \vee E \Leftrightarrow C$.

Razmotrimo prvo šta ćemo dobiti iz ovako iskazane hipoteze. Ukoliko su sve hipoteze tačne, tačna je i njihova konjunkcija. Sredimo konjunkciju svih hipoteza da vidimo šta ćemo dobiti:

$$(A \veebar B)(C \Rightarrow A)(D \vee E \Leftrightarrow C)(\overline{B} \Rightarrow \overline{F})\,D =$$
$$= (A\overline{B} \vee \overline{A}B)(\overline{C} \vee A)(\overline{D \vee E}\,\overline{C} \vee (D \vee E)C)(B \vee \overline{F})\,D =$$
$$= (A\overline{B}\,\overline{C} \vee A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})(\overline{C}\,\overline{D}\,\overline{E} \vee CD \vee CE)(B \vee \overline{F})\,D =$$
$$= (A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})(\overline{C}\,\overline{D}\,\overline{E} \vee CD \vee CE)(B \vee \overline{F})\,D = (A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})(CD \vee CDE)(B \vee \overline{F}) =$$
$$= (A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})\,CD\,(B \vee \overline{F}) = A\overline{B}CD\,(B \vee \overline{F}) = A\overline{B}CD\overline{F}$$

Da bi ovaj izraz bio tačan, A, C i D moraju biti tačni, a B i F netačni. Dakle, ukoliko su hipoteze tačne, slijedi da će gospodin Bosanković ići na more a ne na selo, da će imati dovoljno novca i da je radio prekovremeno (to je zapravo poznato od samog početka) i, na kraju, da se neće sresti sa širom rodbinom. O tome da li je gospodin Bosanković dobio premiju na sportskoj prognozi ili ne, ne možemo izvući nikakve zaključke. U svakom slučaju, uz kolokvijalno interpretiranje iskazanih hipoteza, nedvojbeno slijedi da se gospodin Bosanković neće sresti sa širom rodbinom.

Problemi međutim nastaju ukoliko se hipoteza “Da bi gospodin Bosanković imao dovoljno novca, potrebno je da radi prekovremeno, ili da dobije premiju na sportskoj prognozi” interpretira matematski strogo. Naime, tvrdnja oblika “Da bi bilo X, potrebno je da bude Y” matematički gledano znači da ako Y nije zadovoljeno, sigurno neće biti zadovoljeno ni X. Međutim, zadovoljenje Y nije garancija da će X biti zadovoljeno, jer je Y samo neophodan uvjet (moguće je da još neki uvjeti pored Y moraju biti zadovoljeni da bi bilo zadovoljeno X). S druge strane, ukoliko Y nije zadovoljeno, ne može biti zadovoljeno niti X. Stoga, ukoliko vrijedi X, vrijedi sigurno i Y, te se iskazana tvrdnja može izraziti kao implikacija $X \Rightarrow Y$ (a ne kao $Y \Rightarrow X$). Konkretno, hipoteza "Da bi gospodin Bosanković imao dovoljno novca, potrebno je da radi prekovremeno, ili da dobije premiju na sportskoj prognozi" znači da ukoliko gospodin Bosanković ne bude niti radio prekovremeno niti bude dobio premiju na sportskoj prognozi, sigurno neće imati dovoljno novca; s druge strane, ne postoji garancija da će gospodin Bosanković sa sigurnošću imati dovoljno novca čak i ako bude radio prekovremeno ili ako dobije premiju na sportskoj prognozi. Zaista, moguće je recimo da iznos naknade za prekovremeni rad ili iznos premije na sportskoj prognozi bude isuviše mali. Međutim, ono što je iz izrečene formulacije sigurno, to je da ukoliko gospodin Bosanković bude imao dovoljno novca, sigurno je da je on ili radio prekovremeno ili je dobio premiju na sportskoj prognozi, ili možda čak oboje, ali da sigurno nije novac stekao na neki drugi način (recimo posudbom od prijatelja ili krađom), s obzirom da se tvrdi da su prekovremeni rad ili dobitak premije neophodni uvjeti za sticanje dovoljno novca. Dakle, ukoliko strogo matematički interpretiramo razmotrenu hipotezu, ona se može iskazati kao $C \Rightarrow D \vee E$ (a ne kao $D \vee E \Rightarrow C$).

Pokažimo da se iz ovako interpretirane hipoteze nažalost ne može izvući nikakav zaključak o tome da li se gospodin Bosanković susreo sa širom rodbinom ili ne. Zaista, formiramo li konjunkciju svih postavljenih hipoteza, dobijamo:

$$
\begin{aligned}
&(A \veebar B)(C \Rightarrow A)(C \Rightarrow D \vee E)(\overline{B} \Rightarrow \overline{F})D = (A\overline{B} \vee \overline{A}B)(\overline{C} \vee A)(\overline{C} \vee D \vee E)(B \vee \overline{F})D = \\
&= (A\overline{B}\,\overline{C} \vee A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})(\overline{C}D \vee D \vee DE)(B \vee \overline{F}) = (A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})D(B \vee \overline{F}) = \\
&= (A\overline{B}B \vee \overline{A}B\overline{C}B \vee A\overline{B}\overline{F} \vee \overline{A}B\overline{C}\overline{F})D = (\overline{A}B\overline{C} \vee A\overline{B}\overline{F})D = \overline{A}B\overline{C}D \vee A\overline{B}D\overline{F}
\end{aligned}
$$

Vidimo da dobijamo da su moguća dva scenarija da ovaj izraz bude tačan. Po prvom scenariju, B i D moraju biti tačni, a A i C netačni. Dakle, po tom scenariju, gospodin Bosanković neće ići na more, nego na selo i neće imati dovoljno novca, iako je radio prekovremeno (recimo, možda nije *dovoljno* radio prekovremeno). Na prvi pogled djeluje čudno da prema tom scenariju, nema nikakvog zaključka o tome da li će se gospodin Bosanković susresti sa širom rodbinom. Međutim, u postavci problema se samo tvrdi da ukoliko gospodin Bosanković ne ode na selo, neće se sresti sa širom rodbinom. Iz te tvrdnje *ne slijedi* da ukoliko on ode na selo, da će se sigurno sresti sa širom rodbinom (možda hoće, a možda neće). Prema drugom scenariju, A i D moraju biti tačni, a B i F netačni. Dakle, po tom scenariju, gospodin Bosanković će ići na more a ne na selo, i neće se susresti sa širom rodbinom. Također, po tom scenariju nema nikakvog zaključka o tome da li će gospodin Bosanković imati dovoljno novca, iako je radio prekovremeno. Zaista, mada imamo hipotezu koja kaže da će gospodin Bosanković ići na more ukoliko bude imao dovoljno novca, ta hipoteza ne tvrdi da on sigurno neće otići na more ukoliko ne bude imao dovoljno novca, nego ostavlja otvorenom i mogućnost odlaska na more bez dovoljno novca (recimo, osvajanjem nagradnog ljetovanja na nekom kvizu). U svakom slučaju, uz korektnu matematičku interpretaciju postavke zadatka, nemamo dovoljno preciznih informacija da bismo mogli zaključiti da li će se gospodin Bosanković susresti sa širom rodbinom ili ne. Ova diskusija jasno pokazuje koliko je važno imati precizno iskazane činjenice ukoliko želimo izvoditi zaključke uz pomoć formalnih metoda zaključivanja. U odsustvu preciznih informacija, moguće su razne misinterpretacije.

Primijetimo da bismo očekivani zaključak da se gospodin Bosanković neće susresti sa širom rodbinom mogli dobiti i ukoliko bismo hipotezu "Da bi gospodin Bosanković imao dovoljno novca, potrebno je da radi prekovremeno, ili da dobije premiju na sportskoj prognozi" interpretirali (nekorektno) kao implikaciju oblika $D \vee E \Rightarrow C$, odnosno kao tvrdnju "Ukoliko gospodin Bosanković bude radio prekovremeno ili bude dobio premiju na sportskoj prognozi, tada će imati dovoljno novca". Zaista, u tom slučaju bismo imali sljedeće izvođenje, iz kojeg bi jasno slijedio takav zaključak:

$$
\begin{aligned}
&(A \veebar B)(C \Rightarrow A)(D \vee E \Rightarrow C)(\overline{B} \Rightarrow \overline{F})D = (A\overline{B} \vee \overline{A}B)(\overline{C} \vee A)(\overline{D \vee E} \vee C)(B \vee \overline{F})D = \\
&= (A\overline{B}\,\overline{C} \vee A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})(\overline{D}\,\overline{E} \vee C)(B \vee \overline{F})D = (A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})(\overline{D}\,\overline{E} \vee C)(B \vee \overline{F})D = \\
&= (A\overline{B} \vee \overline{A}B\overline{C})CD(B \vee \overline{F}) = A\overline{B}CD(B \vee \overline{F}) = A\overline{B}CD\overline{F}
\end{aligned}
$$

Međutim, da bi se ta hipoteza mogla interpretirati na takav način, riječ “potrebno” iz postavke hipoteze trebala bi se zamijeniti sa riječi “dovoljno”, odnosno hipoteza bi trebala glasiti “Da bi gospodin Bosanković imao dovoljno novca, dovoljno je da radi prekovremeno, ili da dobije premiju na sportskoj prognozi”. Zaista, tvrdnja oblika “Da bi bilo X, dovoljno je da bude Y” znači da zadovoljenje Y garantira i zadovoljenje X, dok otvara mogućnost da X bude zadovoljeno čak i ukoliko Y nije zadovoljeno. Stoga se ta tvrdnja zapisuje kao implikacija $Y \Rightarrow X$ (a ne kao $X \Rightarrow Y$). Međutim, u kolokvijalnom govoru, rijetko ko će upotrijebiti riječ “dovoljno” u navedenom kontekstu.

Primijetimo također da se prva (kolokvijalna) interpretacija koju smo razmatrali može učiniti matematički korektnom ukoliko se riječ “potrebno” zamijeni sa frazom “potrebno i dovoljno”. S druge strane, takvo izražavanje se gotovo nikada neće čuti u običnom (nematematičkom) razgovoru. Diskusija uz ovaj zadatak vrlo jasno ilustrira koliko je u formalnom matematičkom rezonovanju bitno razlikovati riječi “potrebno” i “dovoljno” kao i frazu “potrebno i dovoljno” (koja se u kolokvijalnom rezonovanju gotovo uvijek skraćeno iskazuje kao “potrebno”, mada se time može bitno promijeniti smisao iskazane tvrdnje).